

[illegible]

## 摘要

國際間對於飛行模擬器的研究工作行之有年，近十年來，由於資訊科技長足進步，飛行器的仿真技術無論在軟、硬體方面皆可臻於維妙維肖的境界。事實上國內的製作水準也已達國際水準，不過在各種飛行器的模擬機之中，由於直昇機其特有的旋翼推進飛行方式較之傳統固定翼飛機有更複雜的空氣動力環境及傳動機構，因此又加深其仿真的困難度。為配合國軍培訓直昇機飛行人員，本研究的目的為發展一套包含 TH-67 (Bell 206) 各部分細節整合而成的即時飛行模擬軟體。本研究將多方收集 TH-67 的生產資料 (product data)，包括主旋翼、引擎轉速等，以利模擬的真實度及細部修正。其預期之成果分項說明如下，(1)全機運動方程式：基於達到即時模擬的考量，全機身以剛體模擬之。(2)主旋翼葉片運動方程及主旋翼之受力：葉片以剛體模擬之。(3)誘導流速及相關理論的應用：基於達到即時模擬的考量，主旋翼之誘導流速將以動量—葉片元素理論模擬之。(4)地面效應：以經驗式作為依據。(5)尾旋翼運動方程及其受力：以經驗式作為依據。(6)機身之受力：以經驗式作為依據。(7)尾桁之受力：以經驗式作為依據。(8)引擎：由主旋翼及尾旋翼扭力換算引擎之輸出功率。

為更進一步瞭解 TH-67 直昇機的飛行特性及模擬之真實性，本研究除了主旋翼之外也考慮將尾旋翼、機身及尾桁等的各項受力做一分析以供日後的研究、比對或做真之細部修正參考。本研究完成之軟體預計可模擬 TH-67 直昇機於懸停及前飛時之姿態外，並可同時計算各項受力及引擎輸出功率，且允許飛行員輸入做即時之模擬。飛行員之操控輸入包括  $\theta_0$ ,  $\theta_{ic}$ ,  $\theta_{is}$  及  $\theta_{or}$ 。 $\theta_0$  可增加直昇機之推力， $\theta_{ic}$  及  $\theta_{is}$  可操控直昇機前後及左右之飛行姿態， $\theta_{or}$  則為尾旋翼之槳距，可克服力矩及調整機身行進之方向。而這些角度的變化所導致的飛行姿態，將透過本研究的模擬軟體由飛行員操控輸入即時反應到模擬器內。

# 第一章 緒論

由於交通運輸工具使用的頻繁，模擬器的應用將可節省培訓駕駛人才之時間、並避免資源的浪費。這其中由於飛行器飛行於三度空間及其六個自由度的運動座標，因此是所有模擬器中較具挑戰性的工作。國際間對於飛行模擬器的研究工作行之有年，近十年來，由於資訊科技長足進步，飛行器的仿真技術無論在軟、硬體方面皆可臻於維妙維肖的境界。事實上國內的製作水準也已達國際水準，不過在各種飛行器的模擬機之中，由於直昇機其特有的旋翼推進飛行方式較之傳統固定翼飛機有更複雜的空氣動力環境及傳動機構，因此又加深其仿真的困難度。除了飛行平台等硬體的配合之外，模擬飛行的軟體所引用的各項理論公式將隨著不同的假設而會對於直昇機仿真程度有所偏差。如前所述，直昇機與固定翼飛機最大的差異在於其主旋翼之空氣動力環境的複雜性，假如能夠精確預估主旋翼葉片及非穩態空氣動力（unsteady aerodynamic forces）相互影響之後加諸於主旋翼乃至機身的氣動力；則真正飛行模擬器的人員就會感覺“真的在飛直昇機”而非“飛固定翼飛機”了。因此本研究的目的是發展一套模擬 TH-67（亦即原 Bell 206）直昇機的飛行模擬軟體，以節省培育飛行人才之能量；此外本研究將特別注重主旋翼尾流效應所造成的誘導流速（induced flow velocity）對於主旋翼空氣動力環境的影響，相信這也是直昇機仿真的關鍵。

## 第二章 文獻探討與回顧

本研究將考慮直昇機的各部分，計算其對於全機的受力及相對於主旋翼非穩態空氣動力影響的姿態變化。其中將包含 (1)全機運動方程式 (2)主旋翼葉片運動方程及主旋翼之受力 (3)誘導流速及相關理論的應用 (4)地面效應 (5)尾旋翼運動方程及其受力 (6)機身之受力 (7)尾桁之受力 (8)引擎及其他受力。其中值得深入探討的部分有主旋翼葉片及誘導流。

就全機身的模擬而言，吾人將視其為一剛體運動，如此可省卻許多計算的時間。其運動方程與一般固定翼飛機無異，如參考文獻 [1,2] 所提及，皆為目前各模擬機所採用。就主旋翼葉片的模擬而言，有剛體葉片之假設 [3,4]、彈性葉片之假設 [5,6] 及非線性葉片之假設 [7,8]，然而非線性葉片的理論方程太過繁雜，目前學術界雖已致力研究，但是仍需耗費計算時間，在仿真技術上仍無法應用。本研究先擬採用剛體葉片的假設，若能配合 P-III 系列電腦的計算時間，則再以彈性葉片修正之。

就主旋翼的誘導速度而言，這就是有別於傳統固定翼飛機，而必須詳加研究的部分。由於直昇機旋翼葉片為細長型，其葉片的振動容易造成葉片後方拖曳的渦流 (vortex) 也跟著振動。此外各葉片拖曳的渦流 (shedding vortex) 經過旋轉之後又堆積於整個主旋翼圓盤面上 (rotating disk) 因此有尾流系統的生成，而此尾流場將會直接對於誘導流速度有所影響而導致主旋翼在升力及推力上的變化；因此誘導流速度的計算一直是直昇機研究者努力的目標。從早期的實驗量測 [9,10] 到計算流力 (C.F.D.) 的自由尾流法 [11,12] 都處心積慮的對於尾流系統有更深且精確的描繪，不過前者無法滿足任意之飛行狀況的需要，後者則耗費大量計算時間也無法滿足仿真的要求。因此在尾流理論上便有動量理論 (Momentum Theorem) [13] 及葉片元素理論 (Blade element Theory) [14] 乃至近代的動態尾流理論 (dynamic wake theory) [15,16]，皆提供尾流模擬絕佳的

選擇。其中動量理論雖然假設一均勻的誘導流加諸於旋翼圓盤上且無葉片多寡之分，然而卻是一個極為快速的粗略估計誘導流速的方法。葉片元素理論則將各葉片分為翼剖面再逐步計算升阻力，是一個較精確的方法，然而隨著所採用相配合的空氣動力理論，其所消耗的計算時間也相對不同。因此要做到即時模擬，仍需進一步探討。動態尾流理論則為最複雜的理論其所列出的尾流方程式將隨著使用者對於尾流的振動所取的諧模數增加而增加，因此以目前的情況而言，若要配合即時模擬，即使在國外也無法做到此尾流理論的耦合。因此本研究在誘導流速之模擬的部分將在動量理論及葉片元素理論之間尋求一平衡點，亦即不失精確且能符合即時模擬效用的方程式以利研究之實行。至於直昇機各部分之受力及運動方程式以及各理論之深入闡述及研究方法將於下一部份討論之。

## 第三章 研究方法

本研究之研究方法及進行步驟將依前述之十大部分詳述之。

### 三. 一 全機運動方程式

一般而言直昇機的機身除了主旋翼的葉片之外並未因為太劇烈的飛行動作而有極明顯的扭曲或變形。因此以一個剛體作為其運動的假設便足夠描述其行為模式。依照參考文獻 [1,2] 可將全機剛體運動方程式以機身固定座標系統表示如下，

力方程式為

$$\dot{u} = vr - wq + \frac{X}{M_{A/C}} - g \sin \theta \quad (1)$$

$$\dot{v} = wp - ur + \frac{Y}{M_{A/C}} + g \cos \theta \sin \phi \quad (2)$$

$$\dot{w} = uq - vp + \frac{Z}{M_{A/C}} + g \cos \theta \cos \phi \quad (3)$$

力矩方程式為

$$I_{xx}\dot{p} = (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}(\dot{r} + pq) + L \quad (4)$$

$$I_{yy}\dot{q} = (I_{zz} - I_{xx})rp + I_{xz}(r^2 - p^2) + M \quad (5)$$

$$I_{zz}\dot{r} = (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xz}(\dot{p} - qr) + N \quad (6)$$

其中  $\phi, \theta, \psi$  是 Euler rotations 代表機身座標相對於地表之轉動。 $M_{A/C}$  代表飛機質量， $u, v, w, p, q$  及  $r$  代表移動座標系統之 inertial velocities。此外，機身的 Euler angles 可由圖（一）定義之。

而方程式(1) ~ (6)中的 inertial velocity 及 Euler angles 可用姿態方程 (attitude equation of motion) 表示其關係如下

$$\begin{cases} p = \dot{\phi} - \dot{\phi} \sin \theta \\ q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\phi} \sin \phi \cos \theta \\ r = -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\phi} \cos \phi \cos \theta \end{cases}$$

or

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + \tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\phi} = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} \end{cases}$$

而出現在式 (1)~(6) 中的外力 (力  $X, Y, Z$  及力矩  $L, M, N$ ) 則必須分別考慮來自主旋翼 (main rotor)，尾旋翼 (tail rotor)，機身 (fuselage)，及尾桁 (empennage) 的受力；因此可表成如下的成分，

※ Forces  $X, Y, Z$

※ Moments  $L, M, N$

$$Loads = Load_R + Load_{TR} + Load_f + Load_{tp} + Load_{fn} \quad (7)$$

$R = \text{main rotor}$

$TR = \text{tail rotor}$

$f = \text{fuselage}$

$\left. \begin{array}{l} tp = \text{tail plane (horizontal)} \\ fn = \text{vertical fin} \end{array} \right\} \text{empennage}$

其細節將於後續描述之。

### 三. 二 主旋翼—剛性葉片之假設

如前所述，在研究的初期考慮到硬體執行速度的配合，將先討論剛體葉片

的假設，視成果好壞再做彈性葉片之修正。就一個四片葉片的旋翼而言，利用牛頓定律及力平衡方程對於旋翼葉片根部 (blade root) 取力矩平衡，再利用四個葉片的多葉片座標 (multi-blade-coord. (MBC) 而至於 MBC 的定義及各葉片拍撲角的定義請詳圖(二)。定義出其剛體葉片拍撲 (flapping) 方程式如下

$$\ddot{\beta} + C_M \dot{\beta} + D_M \beta = H_M \quad (7)$$

其中

$$\beta = \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_d \\ \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$C_M = \frac{\gamma}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\mu \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{16}{\gamma} \\ \frac{4}{3}\mu & 0 & -\frac{16}{\gamma} & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$D_M = \frac{\gamma}{8} \begin{bmatrix} \frac{8\lambda_p^2}{\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8\lambda_p^2}{\gamma} & 0 & 0 \\ \frac{4}{3}\mu & 0 & \frac{8(\lambda_p^2 - 1)}{\gamma} & 1 + \frac{\mu^2}{2} \\ 0 & 0 & -(1 - \frac{\mu^2}{2}) & \frac{8(\lambda_p^2 - 1)}{\gamma} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$H_M = \begin{bmatrix} \theta_0(1 + \mu^2) + 4\theta_t(\frac{1}{5} + \frac{\mu^2}{6}) + \frac{4}{3}\mu\theta_{1sw} + \frac{4}{3}(\mu_z - \lambda_0) + \frac{2}{3}\mu(\overline{p_{hw}} - \lambda_{1sw}) \\ 0 \\ \frac{16}{\gamma}(\overline{p_{hw}} + \frac{\bar{q}'_{hw}}{2}) + \theta_{1cw}(1 + \frac{\mu^2}{2}) + (\bar{q}_{hw} - \lambda_{1cw}) \\ -\frac{16}{r}(\bar{q}_{hw} - \frac{\bar{p}'_{hw}}{2}) + \frac{8}{3}\mu\theta_0 + 2\mu\theta_t + \theta_{1sw}(1 + \frac{3}{2}\mu^2) + 2\mu(\mu_z - \lambda_0) + (\overline{p_{hw}} - \lambda_{1sw}) \end{bmatrix} \quad (11)$$



其中

$$\theta = \theta_p + \bar{r}_b \cdot \theta_t$$

$$\theta_p = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \varphi + \theta_{1s} \sin \varphi$$

$\lambda$  = down wash functions

$$= \lambda_0 + \bar{r}_b (\lambda_{1c} \cos \psi + \lambda_{1s} \sin \psi) = \frac{v_i}{\Omega R} \quad (v_i = \text{induced velocity})$$

$\theta_t$  = blade tip twist angle

$$\bar{r}_b = \frac{r_b}{R}$$

$$\bar{p}, \bar{q} = \text{normalized velocity} = \frac{p}{\Omega R}, \frac{q}{\Omega R}$$

$$\gamma = \text{Lock number} = \frac{\rho a c R^4}{I_\beta}$$

$\lambda_\beta$  = flap frequency ratio

$$\lambda_\beta^2 = 1 + \frac{K_\beta}{I_\beta \Omega^2}$$

$$I_\beta = \text{flap moment of inertia} = \int_0^R m r_b^2 dr_b$$

在模擬的過程中，其輸入的變數中，皆必須相對於機身質心 (center of mass)。而在式 (7) ~ (11) 的表示式內有許多變數是相對 hub 或是 hub/wind 座標系統，因此有必要作一座標轉換，才不會影響實際操控的誤差。其中前飛率  $\mu$  的定義為

$$\mu = \frac{u_{hw}}{\Omega R} = \left[ \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

爬升率  $\mu_z$

$$\mu_z = \frac{w_{hw}}{\Omega R} \quad ; \quad w_{hw} = w_h$$

上式中所用的  $u_h$  ,  $v_h$  及  $w_h$  皆是相對於 hub 系統，因此必須求得  $u$  ,  $v$  ,  $w$  及  $u_h$  ,  $v_h$  及  $w_h$  的關係，其轉換矩陣如下：

$$\begin{Bmatrix} u_h \\ v_h \\ w_h \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_s & 0 & \sin \gamma_s \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma_s & 0 & \cos \gamma_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u - q \times h_R \\ v + p \times h_R + r \times X_{cg} \\ w - q \times X_{cg} \end{Bmatrix}$$

其中  $\gamma_s$  是前飛時主旋翼轉軸的傾斜角， $h_R$  則為轉軸座標 (hub system) 中心距機體質心的  $Z$  方向距離 (沿著  $Z$  向下為正)。 $X_{cg}$  則為 hub system 中心到  $C.G.$  的距離。當然了，上式的  $p$  ,  $q$  ,  $r$  則為角速度了。如此，則一旦飛行時的  $u$  ,  $v$  ,  $w$  及  $p$  ,  $q$  ,  $r$  已知，則  $u_h$  ,  $v_h$  及  $w_h$  即可得知，而  $\mu$  及  $\mu_z$  亦可求得。

此外，在式 (7) ~ (11) 之中仍需要  $p$  ,  $q$  ,  $r$  及  $\overline{p_{hw}}$  ,  $\overline{q_{hw}}$  ,  $\overline{r_{hw}}$  的轉換，

其實  $\overline{p_{hw}} = \frac{p_{hw}}{\Omega R}$  即無因次化的值，餘均類推。而其轉換關係如下：

$$\begin{Bmatrix} p_{hw} \\ q_{hw} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_w & \sin \varphi_w \\ -\sin \varphi_w & \cos \varphi_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix}$$

而  $r_{hw} = r + \varphi_w$  , 其中  $\varphi_w$  (rotor side-slip angle) 可定義如下

$$\cos \varphi_w = \frac{u_h}{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}} \quad , \quad \sin \varphi_w = \frac{v_h}{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}$$

如此即可求出在  $\theta_0$  ,  $\theta_{ls}$  及  $\theta_{lc}$  的輸入之下所造成的  $\beta_0$  ,  $\beta_{ls}$  ,  $\beta_{lc}$  了。其中值得注意的是飛行員實際輸入係  $\beta_0$  ,  $\beta_{ls}$  及  $\beta_{lc}$  , 因此  $\theta_{input}$  的輸入轉換如下：

$$\begin{Bmatrix} \theta_{lc} \\ \theta_{ls} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_w & -\sin \varphi_w \\ \sin \varphi_w & \cos \varphi_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{lcw} \\ \theta_{lsw} \end{Bmatrix}$$

其實吾人在解式 (7) 的二階常微分方程式時，無論利用何種數值方法，皆要得到其在某飛行姿勢的穩定解 (steady-state) 才能求得  $\beta_0$ ， $\beta_{1s}$  及  $\beta_{1c}$  的輸出，因此該二階常微分方程事實上可用一 Quasi-steady 的方程式取代之，亦即原先的

$$\beta_M'' + C_M \cdot \beta_M' + D_M \cdot \beta_M = H_M$$

可改寫為

$$\beta_M = D_M^{-1} \cdot H_M = A_{\beta\theta} \cdot \theta + A_{\beta\lambda} \cdot \lambda + A_{\beta\omega} \cdot \omega$$

其中的輸出為

$$\beta_M = \{\beta_0 \quad \beta_{1c} \quad \beta_{1s}\}$$

而輸入

$$\theta = \{\theta_0 \quad \theta_t \quad \theta_{1sw} \quad \theta_{1cw}\}$$

$$\lambda = \{(\mu_Z - \lambda_0) \quad \lambda_{1sw} \quad \lambda_{1cw}\}$$

$$\omega = \{\overline{p_{hw}}, \overline{q_{hw}}, \overline{p_{hw}}, \overline{q_{hw}}\}$$

而係數矩陣則分別為

$$A_{\beta\theta} = \frac{\gamma}{8\lambda_{\beta}^2} \left\{ \begin{array}{cc} 1+\mu^2 & \frac{4}{5} + \frac{2}{3}\mu^2 \\ \hline \eta_{\beta} \frac{4}{3} \mu \left( S_{\beta} (1+\mu^2) + \frac{16\lambda_{\beta}^2}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \right) & \eta_{\beta} 2\mu \left( \frac{8\lambda_{\beta}^2}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{8}{15} S_{\beta} \left( 1 + \frac{5}{6}\mu^2 \right) \right) \\ \hline \eta_{\beta} \frac{4}{3} \mu \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} - 2S_{\beta} \frac{8\lambda_{\beta}^2}{\gamma} \right) & \eta_{\beta} 2\mu \left( \frac{8}{15} \left( 1 + \frac{\mu^2}{3} \right) - S_{\beta} \frac{8\lambda_{\beta}^2}{\gamma} \right) \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{array}{c|c} \frac{4}{3}\mu & 0 \\ \hline \eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} (1+2\mu^2) + \left( \frac{4}{3}\mu \right) S_\beta \right) & -\eta_\beta S_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \\ \hline \eta_\beta \left( \left( \frac{4}{3}\mu \right)^2 - S_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 + \frac{3}{2}\mu^2 \right) \right) & -\eta_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 - \frac{\mu^4}{2} \right) \end{array} \right\} \\
\\
A_{\beta\alpha} = \frac{\gamma}{8\lambda_{\beta^2}} \left\{ \begin{array}{c|c|c} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3}\mu & 0 \\ \hline \eta_\beta \mu \left( \left( \frac{4}{3} \right)^2 S_\beta + \frac{16\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \right) & -\eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{S_\beta}{2} \left( \frac{4}{3}\mu \right)^2 \right) & \eta_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} S_\beta \\ \hline \eta_\beta \mu \left( \left( \frac{4}{3} \right)^2 \left( 1 - \frac{\mu^2}{2} \right) - S_\beta \frac{16\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \right) & \eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} S_\beta - \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3}\mu \right)^2 \right) & \eta_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 - \frac{\mu^2}{2} \right) \end{array} \right\} \\
\\
A_{\beta\omega} = \frac{\gamma}{8\lambda_{\beta^2}} \left\{ \begin{array}{c|c|c|c} & & \frac{2}{3} & \\ \hline 0 & 0 & & 0 \\ \hline \eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \right) & -\eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \right)^2 S_\beta & \eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} - \frac{16\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \right) + \frac{S_\beta}{2} \left( \frac{4}{3}\mu \right)^2 \right) & -\eta_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( S_\beta + \frac{16}{\gamma} \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \right) \\ \hline -\eta_\beta S_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \right)^2 & \eta_\beta \left( \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \right)^2 \left( \frac{\mu^2}{2} - 1 \right) & \eta_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( \frac{16}{\gamma} \left( \frac{\mu^2}{2} - 1 \right) - S_\beta \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3}\mu \right)^2 & \eta_\beta \frac{8\lambda_{\beta^2}}{\gamma} \left( \frac{16\lambda_{\beta^2}}{\gamma} + \frac{\mu^2}{2} - 1 \right) \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

此外，就主旋翼受力的部分，由於其與葉片姿態(攻角，拍撲角)有關，可表成下列各式，

$$X_{hw} = \Gamma \cdot \left\{ \left[ \frac{F_0^{(1)}}{2} + \frac{F_{2c}^{(1)}}{4} \right] \beta_{1cw} + \frac{F_{1c}^{(1)}}{2} \beta_0 + \frac{F_{2s}^{(1)}}{4} \beta_{1sw} + \frac{F_{1s}^{(2)}}{2} \right\} \quad (12R-1)$$

$$Y_{hw} = \Gamma \cdot \left\{ \left[ \frac{F_{2c}^{(1)}}{4} - \frac{F_0^{(1)}}{2} \right] \beta_{1sw} - \frac{F_{1s}^{(1)}}{2} \beta_0 - \frac{F_{2s}^{(1)}}{4} \beta_{1cw} + \frac{F_{1c}^{(2)}}{2} \right\} \quad (12R-2)$$

$$Z_R = \Gamma \cdot \left\{ -F_0^{(1)} \right\} \quad (12R-3)$$

其中  $\Gamma = \frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \pi R^2 S \cdot a$

$$S = \text{rotor solidity} = \frac{N_b \cdot C}{\pi R}$$

$$N_b = \text{blade number} (= 4)$$

$$\bullet F_0^{(1)} = \theta_0 \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{\mu}{2} (\theta_{1sw} + \frac{\overline{p_{hw}}}{2}) + \left( \frac{\mu_Z - \lambda_0}{2} \right) + \frac{1}{4} (1 + \mu^2) \theta_t$$

$$\bullet F_{1s}^{(1)} = \frac{\alpha_{1sw}}{3} + \mu (\theta_0 + \mu_Z - \lambda_0 + \frac{2}{3} \theta_t)$$

$$\bullet F_{1c}^{(1)} = \left( \frac{\alpha_{1cw}}{3} - \mu \frac{\beta_0}{2} \right)$$

$$\bullet F_{2s}^{(1)} = \frac{\mu}{2} \left( \frac{\alpha_{1cw}}{2} + \frac{\theta_{1cw} - \beta_{1sw}}{2} - \mu \beta_0 \right)$$

$$\bullet F_{2c}^{(1)} = -\frac{\mu}{2} \left[ \frac{\alpha_{1sw}}{2} + \frac{\theta_{1sw} + \beta_{1cw}}{2} + \mu (\theta_0 + \frac{\theta_t}{2}) \right]$$

$$\begin{aligned} \bullet F_{1s}^{(2)} = & \frac{\mu^2}{2} \beta_0 \beta_{1sw} + (\mu_Z - \lambda_0 - \frac{\mu}{4} \beta_{1cw}) (\alpha_{1sw} - \theta_{1sw}) - \frac{\mu}{4} \beta_{1sw} (\alpha_{1cw} - \theta_{1cw}) \\ & + \theta_0 \left[ \frac{\alpha_{1sw} - \theta_{1sw}}{3} + \mu (\mu_Z - \lambda_0) - \frac{\mu^2}{4} \beta_{1cw} \right] \\ & + \theta_t \left[ \frac{\alpha_{1sw} - \theta_{1sw}}{4} + \frac{\mu}{2} (\mu_Z - \lambda_0 - \frac{\beta_{1cw} \mu}{4}) \right] + \theta_{1sw} \left\{ \frac{\mu_Z - \lambda_0}{2} + \mu \left[ \frac{3}{8} (\overline{p_{hw}} - \lambda_{1sw}) + \frac{\beta_{1cw}}{4} \right] \right\} \\ & + \frac{\mu}{4} \theta_{1cw} \left( \frac{\overline{q_{hw}} - \lambda_{1cw}}{2} - \beta_{1sw} - \mu \beta_0 \right) - \frac{C_D \cdot \mu}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet F_{1c}^{(2)} = & (\alpha_{1cw} - \theta_{1cw} - 2\beta_0 \mu) \cdot (\mu_Z - \lambda_0 - \frac{3}{4} \mu \beta_{1cw}) - \frac{\mu}{4} \beta_{1sw} (\alpha_{1sw} - \theta_{1sw}) \\ & + \theta_0 \cdot \left[ \frac{\alpha_{1cw} - \theta_{1cw}}{3} - \frac{\mu}{2} (\beta_0 + \frac{\mu}{2} \beta_{1sw}) \right] \\ & + \theta_t \cdot \left[ \frac{\alpha_{1cw} - \theta_{1cw}}{4} - \mu \left( \frac{\beta_0}{3} + \frac{\beta_{1sw} \mu}{8} \right) \right] + \theta_{1cw} \left\{ \frac{\mu_Z - \lambda_0}{2} + \frac{\mu}{4} \left[ \frac{(\overline{p_{hw}} - \lambda_{1sw})}{2} - \beta_{1cw} \right] \right\} \\ & + \frac{\mu}{4} \theta_{1sw} \left( \frac{\overline{q_{hw}} - \lambda_{1cw}}{2} - \beta_{1sw} - \mu \beta_0 \right) \end{aligned}$$

$$\bullet \begin{cases} \alpha_{1sw} = \overline{p_{hw}} - \lambda_{1sw} + \beta_{1cw} + \theta_{1sw} \\ \alpha_{1cw} = \overline{q_{hw}} - \lambda_{1cw} - \beta_{1sw} + \theta_{1cw} \end{cases}$$

$$L_R = -\frac{N_b}{2} K_\beta \cdot \beta_{1s} \quad (12R-4)$$

$$M_R = -\frac{N_b}{2} K_\beta \cdot \beta_{1c} \quad (12R-5)$$

假設葉片轉速  $\Omega$  (blade rotating frequency) 固定，則，

$$N_R \cong \Gamma' \cdot \left( \frac{2C_\varrho}{a \cdot S} \right) \quad (12R-6)$$

其中

$$\Gamma' = \frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \pi R^3 S \cdot a$$

$$\left( \frac{2C_\varrho}{a \cdot S} \right) \cong -(\mu_z - \lambda_0) \cdot F_0^{(1)} + \mu(C_F) + \frac{C_D}{4 \cdot a} \cdot \left( 1 + \frac{7}{3} \mu^2 \right)$$

$$C_F = \frac{X_{hw}}{\Gamma}$$

各個受力的座標之定義請詳圖(三)。

在求取主旋翼的六個自由度的受力時，其中在式 (12R-1) ~ (12R-6) 有許多的  $F_0^{(1)}$ ,  $F_{1s}^{(2)}$  及  $F_{1c}^{(2)}$  的函數必須回到  $\beta_{1cw}$  及  $\beta_{1sw}$  事實上也可回到上述的轉換矩陣，亦即

$$\begin{Bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_\omega & -\sin \varphi_\omega \\ \sin \varphi_\omega & \cos \varphi_\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_{1cw} \\ \beta_{1sw} \end{Bmatrix}$$

此外，其中  $\alpha_{1sw} = \overline{p_{hw}} - \lambda_{1sw} + \beta_{1cw} + \theta_{1sw}$

$$\alpha_{1cw} = \overline{q_{hw}} - \lambda_{1cw} - \beta_{1sw} + \theta_{1sw}$$

此外，在式 (15) ~ (17) 中的主旋翼之軸受力  $X_{hw}$ ， $Y_{hw}$  及  $Z_{hw}$  是相對 *hub/wind* 座標系，而  $Z_{hw} = Z$ ， $X_{hw}$  及  $Y_{hw}$  則經由轉換

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_\omega & -\sin \varphi_\omega \\ \sin \varphi_\omega & \cos \varphi_\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{hw} \\ Y_{hw} \end{Bmatrix}$$

而  $Z = Z_{hw}$ 。如此， $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  相對於機身 *C.G.* 的三個力可得。

### 三. 三 誘導流速之模擬

基於即時模擬之考量，本研究擬用動量理論及葉片元素理論作為主旋翼誘導流速模擬之依據。簡而言之，動量理論乃是假設在一個旋翼圓盤上的誘導流速為常數 (constant inflow)，而且該旋翼圓盤是由無限多組葉片組成 [13, 14]。至於該誘導流常數可利用動量理論，連續方程及能量方程式求出圓盤推力而估計此常數值。方程式如下，

Thrust made by the rotor

$$T = \rho \pi R^2 (V + v)(2v)$$

Power required to produce the lift (induced power or ideal power)

$$P_I = \rho \pi R^2 (V + v)^2 (2v)$$

一般而言，一個四個葉片的旋翼其所產生的推力係數 ( $C_T$ ) 平均為 0.0064 (懸停時 (*hover*))，利用經驗式及動量理論 [15]，

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{C_T}{2}}$$

則可得到一個經驗式之誘導流值。此方法一般在工業界常被廣泛使用，是粗略估計效能 (performance) 的好方法，不過只能適用於懸停時，此外，動量理論並未考慮葉片的剖面，因此無法準確預估葉片阻力 (profile drag)，此其最大缺

點，準此，葉片元素理論則為較實際，且更為準確。在懸停時詳圖(四)及圖(五)，

其中的推力及阻力可依下列各式求出，

$$dL = \frac{1}{2} \rho (cdr) [\Omega^2 r^2 + (V + v)^2] C_{La} [\theta - \tan^{-1}(\frac{V + v}{\Omega r})]$$

$$dT = dL \times \cos \phi$$

$$dD_{total} = dD_I + dD_{pf}$$

其中

$$dD_I = dD_{induced} = \sin \phi \times dL$$

$$\approx (\frac{V + v}{\Omega r}) \times \frac{1}{2} \rho (cdr) [\Omega^2 r^2 + (V + v)^2] C_{La} [\theta - \tan^{-1}(\frac{V + v}{\Omega r})]$$

$$dD_{pf} = dD_{profile} \approx \frac{1}{2} \rho (cdr) [\Omega^2 r^2 + (V + v)^2] C_D$$

Note:

$$dQ = dD \times r ; \quad dP = dD \times (\Omega r)$$

此時的  $U_T$ ， $U_p$  的定義及推力可由下列各式求出，

$$U_T = \Omega r + U \sin(\varphi) = \Omega r + (V \sin \chi) \sin(\varphi)$$

$$U_p = V \cos \chi + v + U \cos \varphi \sin \beta + r \dot{\beta}$$

$$T = \int_0^R \frac{1}{2} \rho abc (U_T^2 \theta - U_p U_T) dr$$

其中，振動角度之展開可表成，

$$\theta = \theta_0 + \theta_C \cos \varphi + \theta_S \sin \varphi$$

$$\beta = \beta_0 + \beta_C \cos \varphi + \beta_S \sin \varphi$$

$$\dot{\beta} = \beta_S \cos \varphi - \beta_C \sin \varphi$$

致於求解的步驟則可依據飛行員的輸入而分別求出各葉片相對的拍撲角



(須與剛體葉片相耦合)，如此可解出誘導流速對於主旋翼之受力及影響。此外對於另一種葉片元素及動量理論混合的方法也是在直昇機業界常用[1,2]，此法是依改良之動量理論，假設圓盤上的誘導流速可用  $\lambda_0$ ， $\lambda_{1c}$  及  $\lambda_{1s}$  的分佈模擬之；詳下述。

一個簡易的誘導流分佈應該包含平均誘導流值 (mean inflow  $\lambda_0$ )，縱向分佈模態參數 (longitudinal cyclic harmonic coefficient  $\lambda_{1c}$ ) 及橫向分佈模態參數 (lateral cyclic harmonic coefficient  $\lambda_{1s}$ ) 而整個誘導流函數可表成如下

$$\lambda = \lambda_0 + \overline{r_b}(\lambda_{1c} \cos \varphi + \lambda_{1s} \sin \varphi)$$

由於誘導流與推力的關係有極複雜的耦合性，因此在求取  $\lambda$  的過程必須使用疊代的方法求得，吾人可假設  $\lambda_0$  為  $\lambda$  之平均值，而  $\lambda_{1c}$  及  $\lambda_{1s}$  則為其擾動分佈，則  $\lambda_0$  的疊代式為

$$\lambda_{0_{j+1}} = \lambda_{0_j} + f_j h_j(\lambda_{0_j})$$

其中

$$h_j = -\frac{(2\lambda_{0_j}\Lambda^{\frac{1}{2}} - C_T)\Lambda}{2\Lambda^{\frac{3}{2}} + \frac{a_0 s}{4}\Lambda - C_T(\mu_z - \lambda_{0_j})}$$

$$\Lambda = \mu^2 + (\lambda_0 - \mu_z)^2$$

$$C_T = \frac{a_0 s}{2} \left[ \theta_0 \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{\mu}{2} \left( \theta_{1sw} + \frac{\overline{p_w}}{2} \right) + \left( \frac{\mu_z - \lambda_0}{2} \right) + \frac{1}{4} (1 + \mu^2) \theta_t \right]$$

則在  $t_j$  時的飛行狀況已知，在  $t_{j+1}$  時的誘導流可利用上式疊代求得。

值的注意的是  $f_j$  係阻尼係數，可決定疊代之收斂與否，通常在飛行過程中  $f$  取 0.6 為一合理值。現在就其擾動係數  $\lambda_{1c}$  及  $\lambda_{1s}$  而言，其表示式為

$$\lambda_{1c} = \frac{3a_0 s}{16} \cdot \frac{1}{v} \cdot F_{1c}^{(1)}$$

$$\lambda_{1s} = \frac{3a_0 s}{16} \cdot \frac{1}{v} \cdot F_{1s}^{(1)}$$

其中

$$F_{1s}^{(1)} = \left[ \frac{\alpha_{1sw}}{3} + \mu(\theta_0 + \mu_z - \lambda_0 + \frac{2}{3}\theta_t) \right]$$

$$F_{1c}^{(1)} = \left[ \frac{\alpha_{1cw}}{3} - \mu \frac{\beta_0}{2} \right]$$

當然

$$\alpha_{1sw} = \overline{P_{hw}} - \lambda_{1sw} + \beta_{1cw} + \theta_{1sw}$$

$$\alpha_{1cw} = \overline{q_{hw}} - \lambda_{1cw} - \beta_{1sw} + \theta_{1cw}$$

這其中又牽扯到  $\lambda_{1s}$  及  $\lambda_{1c}$  重複疊代的問題，然而由於  $\lambda_{1s}$  及  $\lambda_{1c}$  之  $F_{1c}^{(1)}$  及  $F_{1s}^{(1)}$  與機身之 *pitching* 及 *rolling* 的力距有直接的關係，亦即，

$$F_{1s}^{(1)} = \frac{2C_{Ma}}{a_0 s}, \quad F_{1c}^{(1)} = \frac{2C_{La}}{a_0 s}$$

其中的  $C_{Ma}$  及  $C_{La}$  則為主旋翼的非穩態（亦即加了  $\lambda_{1c}$  及  $\lambda_{1s}$  的  $\lambda$  值）情況下的  $M$  及  $L$  的係數，由於使用此表示式又需代入原主旋翼之  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 、 $L$ 、 $M$ 、 $N$  計算並疊代之，因此，吾人可利用 *moment deficiency factor* 的方法，將  $C_{Ma}$  及  $C_{La}$  表為

$$C_{La} = C_1' \cdot C_{LaQS}$$

$$C_{Ma} = C_1' \cdot C_{MaQS}$$

而  $C_1'$  在 *hover* 時為  $\frac{1}{1 + \frac{a_0 s}{16\lambda_0}}$  約為 0.6 左右， $C_1'$  在 *forward* 時為  $\frac{1}{1 + \frac{a_0 s}{8\mu}}$  約為 0.8 左

右（ $\mu = 0.3$ ）。 $C_{LaQS}$  及  $C_{MaQS}$  則為將  $\lambda = \lambda_0$  代入原主旋翼之六個自由度受力計算式內求出 *Quasi-steady*（亦即 *uniform inflow*）時的  $L$ 、 $M$ ，再無因次化求得  $C_L$ 、 $C_M$  亦即  $C_{LaQS}$  及  $C_{MaQS}$ ，如此再代入上式，則  $\lambda_{1s}$  及  $\lambda_{1c}$  可求得，事實上相對的  $\lambda_{1sw}$ 、 $\lambda_{1cw}$  也

可求得，如此，則  $\beta_0$ 、 $\beta_s$ 、 $\beta_c$  將跟著改變，而新的 unsteady 的主旋翼  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 、 $L$ 、 $M$ 、 $N$  將可求得。

### 三. 四 地面效應

地面效應發生於低空懸停及著陸時，此種效應通常都用 C.F.D. 的方法，用鏡射法求出相對誘導流的影響。不過在即時模擬來說就太浪費時間了，因此不可行。本研究將採用經驗式以求得該效應的影響（詳下式），相信是一個較為實際的方法。

Hover ( $\mu = 0$ ) ; reduce the inflow  $v_i$  by an amount given by

$$\delta v_i = \frac{A_d \cdot v_i}{16\pi \cdot Z_g^2}$$

其中  $A_d$  = rotor disc area,  $Z_g$  = the distance of the ground below the rotor disc.

### 三. 五 尾旋翼

尾旋翼的受力可依經驗式 [1,2] 列出如下的力與力矩，其中各式將依序加入全機身運動方程式 (1~6) 的外力項內。其相關定義詳圖八。

$$X_T \cong T_T \cdot \beta_{1CT} \quad (12T-1)$$

$$Y_T \cong T_T \quad (12T-2)$$

$$Z_T \cong -T_T \cdot \beta_{1ST} \quad (12T-3)$$

$$L_T \cong h_T \cdot Y_T \quad (12T-4)$$

$$M_T \cong (l_T + X_{cg})Z_T - Q_T \quad (12T-5)$$

$$N_T \cong -(l_T + X_{cg}) \cdot Y_T \quad (12T-6)$$

其中

$$T_T = \rho(\Omega_T R_T)^2 s_T a_T (\pi R_T)^2 \left(\frac{C_{TT}}{a_T s_T}\right) F_T \quad (13)$$

$$F_T = 1 - \frac{3}{4} \frac{s_{fn}}{\pi R_T^2} = \text{empirical fin blockage factor}$$

$s_{fn}$  = fin area

$$\frac{2C_{TT}}{a_T s_T} \cong \frac{\theta_{0T}^*}{3} \left(1 + \frac{3}{2} \mu_T^2\right) + \left(\frac{\mu_{zT} - \lambda_{0T}}{2}\right)$$

$$\theta_{0T}^* = \frac{\theta_{0T} + K_3 \left(\frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2}\right)_T \cdot \frac{4}{3} (\mu_{zT} - \lambda_{0T})}{1 - K_3 \left(\frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2}\right)_T \cdot (1 + \mu_T^2)}$$

$$K_3 = \tan \delta_3 \quad \& \quad \delta_3 \cong -45^\circ$$

$$\beta_{1sT} = \frac{-\left\{\frac{8}{3} \mu_T \left[K_3 + \left(\frac{\gamma}{16\lambda_\beta^2}\right)_T\right] \theta_{0T} + 2\mu_T \left[K_3 + \left(\frac{\gamma}{16\lambda_\beta^2}\right)_T \left(\frac{4}{3}\right)^2\right] (\mu_{zT} - \lambda_{0T})\right\}}{1 + K_3 \left(\frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2}\right)_T \left(\frac{4}{3} \mu_T\right)^2 + K_3^2 (1 + 2\mu_T^2)}$$

$$\beta_{1cT} = -\frac{8}{3} \mu_T \theta_{0T} - 2\mu_T (\mu_{zT} - \lambda_{0T}) - K_3 (1 + 2\mu_T^2) \beta_{1sT}$$

$$\mu_T = \frac{\sqrt{u^2 + [w - K_{\lambda_T} \lambda_0 + q(l_T + x_{cg})]^2}}{\Omega_T R_T} \quad (14)$$

$$\mu_{zT} = \frac{-v + (l_T + x_{cg})r - h_T p}{\Omega_T R_T} \quad (15)$$

$K_{\lambda T}$  = scale factor from main rotor  $\lambda_0$  to  $\mu_T$

$\lambda_{0T}$  = tail rotor inflow

$$= \frac{C_{TT}}{2\sqrt{\mu_T^2 + (\mu_{zT} - \lambda_{0T})^2}} \quad (16)$$

利用疊代法解式 (13),(14),(15),(16) 以決定  $\lambda_{0T}$  及  $\beta_{1sT}, \beta_{1cT}$  的值。

$Q_T$  = tail rotor torque

$$= \frac{1}{2} \rho (\Omega_T R_T)^2 \pi R_T^3 a_T s_T \left( \frac{2C_{QT}}{a_T s_T} \right)$$

$$\frac{2C_{QT}}{a_T s_T} = (\mu_{zT} - \lambda_{0T}) \left( \frac{2C_{TT}}{4a_T} \right) + \frac{C_{DT}}{s_T a_T} (1 + 3\mu_T^2) \quad (17)$$

先解式 (13)~(16)，再與式 (17) 耦合，可求得  $Q_T$ ，則  $C_{TT}$  可求得。

### 三. 六 機身受力

依照經驗式 [1,2] 機身的力也可表成如下，再依序加入式 (1~6) 中。

$$X_f = \overline{C_F} \cdot S_p \cdot C_{xf}(\alpha_f, \beta_f) \quad (12f-1)$$

$$Y_f = \overline{C_F} \cdot S_s \cdot C_{yf}(\alpha_f, \beta_f) \quad (12f-2)$$

$$Z_f = \overline{C_F} \cdot S_p \cdot C_{zf}(\alpha_f, \beta_f) \quad (12f-3)$$

$$L_f = \overline{C_F} \cdot S_s \cdot l_f \cdot C_{lf}(\alpha_f, \beta_f) \quad (12f-4)$$

$$M_f = \overline{C_F} \cdot S_p \cdot l_f \cdot C_{mf}(\alpha_f, \beta_f) \quad (12f-5)$$

$$N_f = \overline{C_F} \cdot S_s \cdot l_f \cdot C_{nf}(\alpha_f, \beta_f) \quad (12f-6)$$

$$\overline{C_F} = \frac{1}{2} \rho v_f^2, \quad v_f = \text{flight speed}$$

$l_f$  = fuselage length

$S_p$  &  $S_s$  = the plan side areas of the helicopter fuselage respectively.

$\alpha_f$  = incidence of resultant velocity to fuselage.

$\beta_f$  = (incidence of) fuselage side slip angle.

### 三. 七 尾桁

尾桁基本上不產生 X 方向的力及 L 方向的力矩，其經驗式如下，其相關座標定義詳圖九。

$$Z_{tp} = \frac{1}{2} \rho v_{tp}^2 \cdot S_{tp} \cdot C_{ztp}(\alpha_{tp}) \quad (12E-1)$$

$$M_{tp} = (l_{tp} + x_{cg}) \cdot Z_{tp} \quad (12E-2)$$

$$Y_{fn} = \frac{1}{2} \rho v_{fn}^2 \cdot S_{fn} \cdot C_{yfn}(\beta_{fn}) \quad (12E-3)$$

$$N_{fn} = -(l_{fn} + x_{cg}) \cdot Y_{fn} \quad (12E-4)$$

其中  $S_{tp}$  &  $S_{fn}$  = the tail plane and fin area respectively.

$$v_{tp} = \frac{\mu_{tp}}{\Omega R}$$

$$\mu_{tp}^2 = \text{local inflow velocity} \approx \frac{u^2 + (w + q(l_{tp} + x_{cg}))^2}{(\Omega R)^2}$$

$$|C_{ztp}| \leq 2 : C_{ztp} = -a_{0tp} \cdot \sin \alpha_{tp}$$

$$|C_{ztp}| \geq 2 : C_{ztp} = -2 \frac{\sin \alpha_{tp}}{|\sin \alpha_{tp}|}$$

而  $a_{0tp}$  介於 3.5 及 4.5

$$u \geq 0 : \alpha_{tp} = \alpha_{tp0} + \tan^{-1} \left[ \frac{w + q(l_{tp} + x_{cg})}{u} \right] \dots \dots \text{forward}$$

( $\alpha_{tp0}$  built-in)

$$u \leq 0 : \alpha_{tp} = (\alpha_{tp})_{forward} + \pi \dots \dots \dots \text{reverse}$$

$$v_{fn} = \frac{\mu_{fn}}{\Omega R}$$

$$\mu_{fn}^2 = \frac{[v - r(l_{fn} + x_{cg})]^2 + u^2}{(\Omega R)^2}$$

$$\beta_{fn} = \beta_{fn0} + \sin^{-1} \left[ \frac{v - r(l_{fn} + x_{cg}) + h_{fn} p}{\mu_{fn}(\Omega R)} \right]$$

( $\beta_{fn0}$  built-in)

以下列出一些直昇機型的數據，

Lynx:

$$C_{ztp} = -3.5\alpha_{tp}$$

$$C_{yfn} = -3.5\beta_{fn}$$

BO105:

$$C_{ztp} = -3.262\alpha_{tp}$$

$$C_{yfn} = -2.704\beta_{fn}$$

Puma:

$$C_{ztp} = -3.7(\alpha_{tp} - 3.92\alpha_{tp}^3)$$

$$C_{yfn} = -3.5(11.143\beta_{fn}^3 - 85.714\beta_{fn}^5)$$

### 三. 八 引擎

一般而言，初期的直昇機模擬器之規劃皆假設引擎輸出功率為一固定值 [1,2]，因此並未有太多的著墨，就實際的直昇機而言也是如此。一架真實的直昇機其引擎傳動機構已經由工程師設計自行調配其輸出功率以便讓主旋翼之轉速維持固定值。因此，本研究將利用 TH-67 之主旋翼及尾旋翼扭力矩代表引擎之輸出功率；茲分別計算如下：

#### (1) 主旋翼

從式(12R-6)  $N_R \approx \Gamma' \cdot \left( \frac{2C_Q}{a \cdot s} \right)$ , 其中  $C_Q$  為扭力矩係數(主旋翼而言)就扭力

矩係數及功率係數而言, 皆相等, 亦即  $C_P = C_Q$ , 然而

$$Q = \rho \pi R^2 (\Omega R)^2 R \cdot C_Q \quad (\text{扭力矩})$$

$$P = \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \cdot C_P = \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \cdot C_Q \quad (\text{功率})$$

因此利用主旋翼部分的方程式

$$C_Q \cong \frac{a \cdot s}{2} \left\{ -(\mu_z - \lambda_0) F_0^{(1)} + \mu(C_F) + \frac{C_D}{4a} \cdot \left(1 + \frac{7}{3} \mu^2\right) \right\}$$

而其中  $C_F = \frac{X_R}{\Gamma}$ , 而  $\Gamma = \frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \pi R^2 \cdot s \cdot a$ , 如此則 P 可求。

## (2) 尾旋翼

至於尾旋翼所需的功率可由其扭力矩著手。由式 (17) 得知  $Q_T$  及  $C_{QT}$  的關係為

$$C_{QT} = \frac{Q_T \cdot a_T \cdot S_T}{\rho (\Omega_T R_T)^2 \pi R_T^3 \cdot a_T \cdot S_T}$$

而

$$P_T = \rho \pi R_T^2 \cdot (\Omega_T R_T)^3 \cdot C_{QT}$$

整合 (1) 及 (2) 則引擎所需之功率為

$$\frac{(P + P_T)}{550} = hp$$

## (3) 引擎溫度及轉速

以緯華 Ultra 496 而言, 引擎溫度正常運作皆維持於  $1300^\circ F$  若超過  $1400^\circ F$  則為危險溫度, 因此可假設引擎啟動暖機後, 引擎溫度及轉速皆為 Max 之半, 旋即轉速由 50% (max) 增加到 90% (或者是欲模擬直昇機的適當轉速) 此時, 一但飛行員將 Collective pitch 帶桿, 亦即  $\theta_0 > 0$ , 則引擎溫度則上升到 80% Max (正常的範圍值)。而無論有無任何外力或擾動, 引擎轉速及溫度在飛行途中皆將保



持此值。

一般而言引擎溫度皆維持常數，較不易隨飛行姿態及受力而改變，而引擎轉速則可能於猛烈操作環境之下改變轉速，此猛烈操作將視 $\theta_{lc}^{\cdot}$ 及 $\theta_{ls}^{\cdot}$ 或 $\theta_0^{\cdot}$ 的值超過某一範圍而定，此時若不保持引擎轉速固定，則會有 power loss 且損傷引擎，而此時為了要讓引擎回復原轉速，飛行員則需調整閥門(throttle)，讓轉速再次固定。

### 三. 九 自旋狀態之模擬 (Auto Rotation)

當直昇機引擎無法正常運作時，飛行員必須將主旋翼連桿及引擎間之離合器分離，讓主旋翼處於自旋狀態，而為避免太大的轉距角 (pitch angle) 造成阻力太大導致轉速過慢而無推力，此時，飛行員必須減少轉距角，讓主旋翼快速旋轉，此時的直昇機則有如上方有一圓盤似的降落傘，讓其不致急速下降。直到接近地面而直昇機旋翼已累積足夠的動能時，飛行員拉起集力桿，增加轉距角，讓直昇機主旋翼重新 (暫時) 獲得推力而能緩緩平安降落。其實在整個自旋過程的模擬中最重要的是有兩個現象必須掌握，一為主旋翼對於 hub 的扭力距為零 (torque = 0)，二為此時主旋翼的轉速將不再為常數。

由參考文獻 [18] 中得知主旋翼轉動方程式如下：

$$J\dot{\Omega} = Q_s - Q_a$$

$J$  為 polar moment of inertia (極座標慣性矩)，而此處可以  $I_{zz}$  取代， $Q_s$  則為引擎輸出的扭力矩， $Q_a$  為空氣動力矩。在引擎無法運轉 (power failure) 的瞬間， $Q_s$  仍等於  $Q_a$  ( $\dot{\Omega} = 0$ ) 而當此之後， $Q_s = 0$ ，因此自旋時

$$J\dot{\Omega} = -Q_a$$

由於

$$C_Q = \frac{Q}{\rho \pi R^3 (\Omega R)^2}$$

而

$$\frac{2 \cdot C_D}{a_0 \cdot s} = -(\mu_z - \lambda_0) \cdot (F_0^{(1)}) + \mu \left( \frac{2 \cdot C_{sw}}{a_0 \cdot s} \right) + \frac{C_D}{4a_0} \left( 1 + \frac{7}{3} \mu^2 \right)$$

$$\Rightarrow Q = \rho \pi R^3 (\Omega R)^2 \cdot \frac{a_0 \cdot s}{2} \cdot \left\{ -(\mu_z - \lambda_0) \cdot (F_0^{(1)}) + \mu \left( \frac{2 \cdot C_{sw}}{a_0 \cdot s} \right) + \frac{C_D}{4a_0} \left( 1 + \frac{7}{3} \mu^2 \right) \right\}$$

其中  $\mu^2 = \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2}$ ,  $\mu = \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{(\Omega R)}$ ,  $\mu_z = \frac{w_{hw}}{\Omega R}$

則空氣動力矩 ( $Q$ ) 的展開式為:

$$\begin{aligned} Q = & \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^3 \cdot a_0 \cdot s}{2} (\Omega R)^2 \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{w_{hw}}{\Omega R} - \lambda_0 \right) \cdot \left[ \theta_0 \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \left( \theta_{1sw} + \frac{\overline{P}_{hw}}{2} \right) \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{w_{hw}}{\Omega R} - \lambda_0 \right) + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 + \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right) \cdot \theta_t \left. \right] + \frac{C_D}{4 \cdot a_0} \cdot \left( 1 + \frac{7}{3} \cdot \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right) \\ & + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \cdot \left\{ \beta_{1cw} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \left[ \theta_0 \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \left( \theta_{1sw} + \frac{\overline{P}_{hw}}{2} \right) \right. \right. \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{w_{hw}}{\Omega R} - \lambda_0 \right) + \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right) \theta_t \left. \right] - \frac{1}{8} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \left[ \frac{\alpha_{1sw}}{2} + \frac{\theta_{1sw} + \beta_{1cw}}{2} + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \cdot \left( \theta_0 + \frac{\theta_t}{2} \right) \right] \right\} \\ & + \frac{\beta_0}{2} \cdot \left[ \frac{\alpha_{1cw}}{3} - \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \cdot \frac{\beta_0}{2} \right] \\ & + \frac{\beta_{1sw}}{8} \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \left[ \frac{\alpha_{1cw}}{2} + \frac{\theta_{1cw} - \beta_{1sw}}{2} - \beta_0 \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \right] \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \cdot \frac{\beta_0 \cdot \beta_{1sw}}{2} + (\alpha_{1sw} - \theta_{1sw}) \cdot \left( \frac{w_{hw}}{\Omega R} - \lambda_0 - \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \cdot \frac{\beta_{1cw}}{4} \right) \right. \\ & - \frac{\beta_{1sw} (\alpha_{1cw} - \theta_{1cw})}{4} \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \\ & + \theta_0 \left[ \frac{(\alpha_{1sw} - \theta_{1sw})}{3} + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \cdot \left( \frac{w_{hw}}{\Omega R} - \lambda_0 \right) - \frac{\beta_{1cw}}{4} \cdot \frac{u_h^2 + v_h^2}{(\Omega R)^2} \right] \\ & \left. + \theta_t \left[ \frac{(\alpha_{1sw} - \theta_{1sw})}{4} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \cdot \left( \frac{w_{hw}}{\Omega R} - \lambda_0 - \frac{\beta_{1cw}}{4} \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{(\Omega R)} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \theta_{1sw} \left[ \frac{w_{hw}}{2} \cdot \frac{1}{\Omega R} - \frac{\lambda_0}{2} + \left( \frac{3}{8} (\overline{P}_{hw} - \lambda_{1sw}) + \frac{\beta_{1cw}}{4} \right) \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \right] \\
& + \frac{\theta_{1cw}}{4} \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \left[ \frac{\overline{q}_{hw} - \lambda_{1cw}}{2} - \beta_{1sw} - \beta_0 \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \right] - \frac{C_D}{a_0} \cdot \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{\Omega R} \left. \right\} \left. \right\} \left. \right\}_3 \left. \right\}_2 \left. \right\}_1
\end{aligned}$$

將上式代入主旋翼轉動方程式並整理後，可得一階常微分方程式如下，

$$A\dot{\Omega} + B\Omega^2 + C\Omega + D\Omega^{-1} = E$$

其中

$$A = J = I_{ZZ}$$

$$B = \frac{1}{2} \rho \pi R^5 a_0 s \left( \frac{1}{4} \frac{C_D}{a_0} + \lambda_0 \left( -\frac{1}{2} \lambda_0 + \frac{1}{3} \theta_0 + \frac{1}{4} \theta_t \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
C = \frac{1}{2} \rho \pi R^5 a_0 s \left\{ -\frac{w_h}{R} \left( -\frac{1}{2} \lambda_0 + \frac{1}{3} \theta_0 + \frac{1}{4} \theta_t \right) + \lambda_0 \left( \frac{1}{2} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left( \theta_{1sw} + \frac{1}{2} \overline{P}_{hw} \right) + \frac{1}{2} \frac{w_h}{R} \right) \right. \\
+ \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left[ -\frac{1}{2} \lambda_0 (\alpha_{ssw} - \theta_{1sw}) + \frac{1}{2} \theta_0 \left( \frac{1}{3} \alpha_{1sw} - \frac{1}{3} \theta_{1sw} \right) - \frac{1}{4} \theta_{1sw} \lambda_0 \right. \\
\left. \left. + \beta_{1c} \left( \frac{1}{6} \theta_0 + \frac{1}{8} \theta_t - \frac{1}{4} \lambda_0 \right) + \frac{1}{2} \theta_t \left( \frac{1}{4} \alpha_{1sw} - \frac{1}{4} \theta_{1sw} \right) + \frac{1}{6} \beta_0 \alpha_{1cw} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D = \frac{1}{2} \rho \pi R^5 a_0 s \times \left\{ -\frac{w_h}{R} \left( \frac{1}{2} \theta_0 \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} + \frac{1}{4} \theta_t \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \right) + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \times \left[ \beta_{1cw} \left( \frac{1}{4} \theta_0 \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \right. \right. \right. \\
+ \frac{1}{8} \theta_t \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} - \frac{1}{8} \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \left( \theta_0 + \frac{1}{2} \theta_t \right) \left. \left. + \frac{1}{4} \theta_t \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left( \frac{w_h}{R} - \frac{1}{4} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \beta_{1cw} \right) \right. \right. \\
\left. \left. - \frac{1}{8} \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \theta_{1cw} \beta_0 + \frac{1}{8} \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \beta_0 \beta_{1sw} + \frac{1}{2} \theta_0 \left( -\frac{1}{4} \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \beta_{1cw} + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R^2} w_h \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$E = -\frac{1}{2} \rho \pi R^5 a_0 s \left\{ -\frac{w_h}{R} \left( \frac{1}{2} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left( \theta_{1sw} + \frac{1}{2} \overline{P}_{hw} \right) + \frac{1}{2} \frac{w_h}{R} \right) + \lambda_0 \left( \frac{1}{2} \theta_0 \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} + \frac{1}{4} \theta_t \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left[ \frac{1}{2} \theta_{1sw} \left( \frac{1}{2} \frac{w_h}{R} + \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left( \frac{3}{8} p_{hw} - \frac{3}{8} \lambda_{1sw} + \frac{1}{4} \beta_{1cw} \right) \right) - \frac{1}{4} \theta_T \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \lambda_0 \right. \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{w_h}{R} - \frac{1}{4} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \beta_{1cw} \right) (\alpha_{1sw} - \theta_{1sw}) - \frac{1}{2} \frac{C_D}{a_0} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} - \frac{1}{8} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \beta_{1sw} (\alpha_{1cw} - \theta_{1cw}) \\
& - \frac{1}{4} \beta_0^2 \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} - \frac{1}{2} \theta_0 \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \lambda_0 + \beta_{1cw} \left( \frac{1}{4} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left( \theta_{1sw} + \frac{1}{2} p_{hw} \right) - \frac{1}{8} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \right. \\
& \left. \left( \frac{1}{2} \alpha_{1sw} + \frac{1}{2} \theta_{1sw} + \frac{1}{2} \beta_{1cw} \right) + \frac{1}{4} \frac{w_h}{R} \right) + \frac{1}{8} \beta_{1sw} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \left( \frac{1}{2} \alpha_{1cw} + \frac{1}{2} \theta_{1cw} - \frac{1}{2} \beta_{1sw} \right) \\
& \left. + \frac{1}{8} \frac{\sqrt{u_h^2 + v_h^2}}{R} \theta_{1cw} \left( \frac{1}{2} p_{hw} - \frac{1}{2} \lambda_{1cw} - \beta_{1sw} \right) \right] + \frac{7}{12} \frac{C_D}{a_0} \frac{u_h^2 + v_h^2}{R^2} \Bigg\}
\end{aligned}$$

利用數值法可解  $\Omega$ ，或是將上式改寫為解析型式如下

$$A \frac{d\Omega}{dt} = E - B\Omega^2 - C\Omega - D\Omega^{-1}$$

亦即

$$\int \frac{A\Omega d\Omega}{-B\Omega^3 - C\Omega^2 + E\Omega - D} = t + const.$$

其中方程式的左邊項可改寫為：

$$\int \frac{\Omega d\Omega}{-\frac{B}{A}\Omega^3 - \frac{C}{A}\Omega^2 + \frac{E}{A}\Omega - \frac{D}{A}}$$

亦即

$$\int \frac{1}{(\Omega + K)(G\Omega^2 + H\Omega + F)} \Omega d\Omega$$

其中  $G$ 、 $F$ 、 $K$ 、 $H$  係數為

$$G = \frac{-B}{A}$$

$$\begin{aligned}
F &= \frac{-1}{6} \left[ -\sqrt[3]{2} \left( \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + 6CD - 2E^2 - E \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right] \\
&\quad \times \left( \frac{\sqrt[3]{2}}{A \left( \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right)} \right) \\
K &= 3D \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} / \\
&\quad \left[ -\sqrt[3]{2} \left( \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + 6CD - 2E^2 - E \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right] \\
H &= \left[ C \sqrt[3]{2} \left( \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. - 6C^2D + 2CE^2 + CE \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right. \\
&\quad \left. + 3BD \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right] \\
&\quad / \left[ A - \sqrt[3]{2} \left( \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + 6C^2D - 2CE^2 - CE \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 \sqrt[3]{(-9CDE - 27BD^2 + 2E^3 + 3D\sqrt{3}) \left( 4C^3D - C^2E^2 + 18BCDE + 27B^2D^2 - 4BE^3 \right)} \right]
\end{aligned}$$

而  $\int \frac{1}{(\Omega + K)(G\Omega^2 + H\Omega + F)} \Omega d\Omega$  積分所得的結果為

$$\frac{-K \ln(\Omega + K)}{K^2G + F - KH} + \frac{K \ln(G\Omega^2 + H\Omega + F)}{2(K^2G + F - KH)} + \frac{2F \tan^{-1} \left( \frac{2G\Omega + H}{\sqrt{4FG - H^2}} \right)}{(K^2G + F - KH) \cdot \sqrt{4FG - H^2}}$$

$$- \frac{KH \tan^{-1} \left( \frac{2G\Omega + H}{\sqrt{4IG - H^2}} \right)}{(K^2G + F - KH)\sqrt{4FG - H^2}}$$

利用泰勒展開式取前三項可得

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2(K^2G + F - KH)K} + \frac{K(\frac{G}{F} - \frac{H^2}{2F^2})}{2(K^2G + F - KH)} - \frac{2H}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)} \right] \left( \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} \right) \\ & + \frac{H^2K}{(K^2G + F - KH) \cdot (4FG - H^2)F} \cdot \left( \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4IG - H^2}} \right) \cdot \Omega^2 \\ & + \left[ \frac{-1}{(K^2G + F - KH)} + \frac{K(\frac{H}{F})}{2(K^2G + F - KH)} \right. \\ & + \frac{4F}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)} \cdot \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} \\ & \left. - \frac{2KH}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)} \cdot \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} \right] \Omega \\ & + \left[ \frac{-K \ln K}{(K^2G + F - KH)} + \frac{K \ln F}{2(K^2G + F - KH)} + \frac{2F \tan^{-1} \left( \frac{H}{\sqrt{4FG - H^2}} \right)}{(K^2G + F - KH)\sqrt{(4FG - H^2)}} \right. \\ & \left. - \frac{KH \tan^{-1} \left( \frac{H}{\sqrt{4FG - H^2}} \right)}{(K^2G + F - KH)\sqrt{(4FG - H^2)}} \right] \end{aligned}$$

解此二次方程式，可得近似解為

$$\begin{aligned}
\Omega = & \left\{ \left( \frac{1}{(K^2G + F - KH)} - \frac{K \frac{H}{F}}{2(K^2G + F - KH)} - \frac{4F}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)} \right) \left( \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} \right) \right. \\
& + \left. \frac{2KH}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)} \left( \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} \right) \right\} + \sqrt{\frac{2K \ln K \sqrt{4FG - H^2} - K \ln F \sqrt{4FG - H^2}}{FK(K^2G + F - KH) \sqrt{4FG - H^2}}} \\
& + \sqrt{\frac{-4F \tan^{-1}\left(\frac{H}{\sqrt{4FG - H^2}}\right) + 2KH \tan^{-1}\left(\frac{H}{\sqrt{4FG - H^2}}\right) + 2tK^2G \sqrt{(4FG - H^2)} + 2tF \sqrt{(4FG - H^2)} - 2tKH \sqrt{(4FG - H^2)}}{FK(K^2G + F - KH) \sqrt{4FG - H^2}}} \Bigg/ \\
& 2 \left( \frac{1}{2(K^2G + F - KH)K} + \frac{K \frac{G}{F}}{2(K^2G + F - KH)} - \frac{K \frac{H^2}{F^2}}{2(2K^2G + 2F - 2KH)} \right. \\
& \left. - \frac{2H}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)} \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} + \frac{H^2K}{(K^2G + F - KH)(4FG - H^2)F} \frac{G}{1 + \frac{H^2}{4FG - H^2}} \right)
\end{aligned}$$

### 三. 十 系統整合

吾人將機身及旋翼葉片視為剛體，並考慮尾旋翼之作用；其整合後之理論方程如下，

$$\dot{u} - vr + wq = \frac{X}{M_{A/C}} - g \sin \theta \quad (18)$$

$$\dot{v} - wp + ur = \frac{Y}{M_{A/C}} + g \cos \theta \sin \phi \quad (19)$$

$$\dot{w} - uq + vp = \frac{Z}{M_{A/C}} + g \cos \theta \cos \phi \quad (20)$$

$$I_{xx} \dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - I_{xz}(\dot{r} + pq) = L \quad (21)$$

$$I_{yy} \dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp - I_{xz}(r^2 - p^2) = M \quad (22)$$

$$I_{zz} \dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xz}(\dot{p} - qr) = N \quad (23)$$

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) \quad (24)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (25)$$

$$\dot{\psi} = \frac{(q \sin \phi + r \cos \phi)}{\cos \theta} \quad (26)$$

首先求解剛體葉片方程(7~11)，並使用誘導流速的疊代式，

$$\lambda = \lambda_0 + \bar{r}_b (\lambda_{1c} \cos \varphi + \lambda_{1s} \sin \varphi)$$

地面效應，

$$\delta v_i^- = \frac{\delta v_i}{\Omega R} = \frac{A_d v_i}{16\pi Z_g^2 \Omega R} = \frac{A_d \lambda_0}{16\pi Z_g^2}$$

主旋翼動力函數使用式 (12R-1~6))，並經座標轉換。尾旋翼動力函數，

$$X_T = T_T \beta_{1cT}$$



$$Y_T = T_T$$

$$Z_T = -T_T \beta_{1sT}$$

$$L_T = h_T Y_T$$

$$M_T = (l_T + x_{cg}) Z_T - Q_T$$

$$N_T = -(l_T + x_{cg}) Y_T$$

$$T_T = T_C \left\{ \frac{\theta_{0T}}{3} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{u^2 + [w + q(l_T + x_{cg})]^2}{(\Omega_T R_T)^2} \right] \right\}$$

$$T_C = \rho (\Omega_T R_T)^2 s_T a_T (\pi R_T^2) \left( 1 - \frac{3}{4} \frac{s_{fn}}{\pi R_T^2} \right)$$

$$\mu_T = \frac{\sqrt{u^2 + [w + q(l_T + x_{cg})]^2}}{\Omega_T R_T}$$

$$\beta_{1cT} = -\frac{8}{3} \mu_T \theta_{0T} + (1 + 2\mu_T^2) \beta_{1sT}$$

$$\beta_{1sT} = \frac{-\left\{ \frac{8}{3} \mu_T \left[ -1 + \left( \frac{\gamma}{16\lambda_\beta^2} \right)_T \right] \theta_{0T} \right\}}{\left\{ 1 - \left( \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \right)_T \left( \frac{4}{3} \mu_T \right)^2 + (1 + 2\mu_T^2) \right\}}$$

$$Q_T = \frac{1}{2} \rho (\Omega_T R_T)^2 \pi R_T^3 a_T s_T \left[ \frac{C_{DT}}{4a_T} (1 + 3\mu_T^2) \right]$$

吾人可利用時間行進法 (time marching) 預設在起飛時，所有的受力皆為 0。然後解出 (18~23) 的  $u, v, w, p, q, r$  等值，再代入 (7) 式的葉片運動方程中，並與誘導流方程式及地面效應相耦合，求出相關的拍撲角 ( $\beta'_s$ )。如此，則尾旋翼、

機身、尾桁等的受力均可求得。此時將  $X, Y, Z, L, M, N$  等外力再代入式 (18~23) 作為下一時間的力回饋計算，則飛行姿態  $u, v, w$  及  $p, q, r$  可得。此計算過程將可同時允許飛行員的控制輸入（即  $\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}$  及  $\theta_{0T}$ ），與當時的飛行姿態及機體受力，再一次利用時間行進法求出相對應（反應）的飛行姿態。如此將可完成飛行模擬之行為。至於細部的修正則可代入 TH-67 的資料如表一，而此直昇機更詳細的資料例如引擎溫度、引擎轉速、飛行高度上限及極速等，將於研究期間取得，以利本模擬軟體之細部修正及增加仿真的程度。

## 第四章 結果與討論

本研究的具體成果為一套包含直昇機各部分細節整合而成的飛行模擬軟體。本研究除了主旋翼之外也考慮將尾旋翼、機身及尾桁等的各項受力做一分析以供日後的研究、比對或做真之細部修正參考。其工作項目包括，

- (1)全機運動方程式：基於達到即時模擬的考量，全機身以剛體模擬之。
- (2)主旋翼葉片運動方程及主旋翼之受力：基於達到即時模擬的考量，葉片以剛體模擬之。
- (3)誘導流速及相關理論的應用：基於達到即時模擬的考量，主旋翼之誘導流速將以動量－葉片元素理論模擬之。
- (4)地面效應：以經驗式作為依據。
- (5)尾旋翼運動方程及其受力：以經驗式作為依據。
- (6)機身之受力：以經驗式作為依據。
- (7)尾桁之受力：以經驗式作為依據。
- (8)引擎：由主旋翼及尾旋翼扭力換算引擎之輸出功率。

本研究完成之軟體目前可模擬 Lynx 直昇機於懸停及前飛時之姿態外，並可同時計算各項受力及引擎輸出功率，且允許飛行員輸入做即時之模擬。飛行員之操控輸入包括  $\theta_0$ ,  $\theta_{lc}$ ,  $\theta_{ls}$  及  $\theta_{ot}$ 。 $\theta_0$  可增加直昇機之推力， $\theta_{lc}$  及  $\theta_{ls}$  可操控直昇機前後及左右之飛行姿態， $\theta_{ot}$  則為尾旋翼之槳距，可克服力矩及調整機身行進之方向。而這些角度的變化所導致的飛行姿態，將透過本研究的模擬軟體由飛行員操控輸入即時反應到模擬器內。而此直昇機更詳細的資料例如引擎溫度、引擎轉速、飛行高度上限及極速等，將於期間取得，以利本模擬軟體之細部修正及增加仿真的程度。

為了確認本研究的模擬軟體與實際飛行狀況是否相符，模擬初期以 Lynx-170（山貓直昇機）作為模擬的雛形並與 [17] 中飛行測試相較，以利研究的進行。在 [1] 中資料可提供模擬軟體在模擬 Lynx 的基本參數，其中相關於基本操縱設定詳述如下：

直昇機控制系統而言，左手的拉桿控制主旋翼葉片的轉距角，亦即駕駛員左手拉動  $\eta_c$  的刻度，則主旋翼葉片就必須有相對  $\theta_0$  的 collective pitch。就尾旋翼的控制而言，限定  $\eta_p$  為操控之輸入且  $0 \leq \eta_p \leq 10$ ，設左腳蹬舵代表輸入值  $\eta_p$  增加。就駕駛員右手而言，則負責直昇機 rolling 及 pitching 的運動。右手由右向左轉動代表操控輸入  $\eta_{lc}$  增加，且  $0 \leq \eta_{lc} \leq 10$ ；而右手由後向前推桿則代表  $\eta_{ls}$  減少，且  $0 \leq \eta_{ls} \leq 10$ 。由於  $\eta_{lc}$  與  $\eta_{ls}$  的輸入決定  $\theta_{lc}$  及  $\theta_{ls}$ ，基於陀螺效應，即使單獨輸入  $\eta_{lc}$  也會導致  $\theta_{lc}$  及  $\theta_{ls}$  的變化。此外， $\theta_{lc}$  及  $\theta_{ls}$  亦會與  $\theta_0$  有耦合的現象發生。因此  $\theta_{lc}$  及  $\theta_{ls}$  基本上取決於  $\eta_c$ 、 $\eta_{lc}$  與  $\eta_{ls}$  的輸入值。利用 [1] 中的圖表，換算  $\eta_c$  的 collective stick position ( $\eta_c \times 100\%$ ) 與  $\eta_{ls}$  的 fore/aft cyclic stick position ( $\eta_{ls} \times 100\%$ ) 予以查表即可得  $\theta_{ls}$ ，而  $-16.5^\circ < \theta_{ls} < 6^\circ$  (nose down 為負)。

在模擬過程中，首先假設由地面起飛，故先將各輸入參數  $\eta_c$ 、 $\eta_{lc}$ 、 $\eta_{ls}$  與  $\eta_p$  調整校正為零，然後再調整  $\eta_c$  使直昇機能起飛並保持在相同的高度飛行，並同時調整  $\eta_p$ 、 $\eta_{lc}$  使其能維持朝固定方向飛行以減低橫向的速度避免測試上的誤差，並隨時調整機身姿態使其保持水平，然後再予以調整  $\eta_{ls}$ ，使其前飛率能達到固定的 advance ratio，然後記錄相關的  $\eta_c$ 、 $\eta_{lc}$ 、 $\eta_{ls}$  與  $\eta_p$ 。為求模擬的準確性，將盡量固定高度與前飛速度達到穩態的範圍內，進行反覆測試四次，然後再取其平均值，其結果如圖六所示。

值得注意的是雖然在 *cyclic input* ( $\eta_{ls}$ ) 部分，其所得的結果與 [17] 中測試的結果十分接近，但是在 *collective input* ( $\eta_c$ ) 仍有差距，造成差距最主要的原因是因為模擬直昇機本身的操控系統與實際飛行測試直昇機的操控系統無法完

全相同，僅能達到接近的地步。但整體的趨勢與實際飛行測試的結果相符，僅在輸出角度上約多出  $7^\circ$ 。如能調整內部控制系統參數的設定，相信可更接近真實飛行。以上為 Lynx 直昇機作為飛行模擬的先行試驗，在確立基本的運動方程式與飛行測試後，其測試的結果除飛行系統有些許差異外，大致上的結果仍可以接受。以此為飛行模擬的雛形，作為下一步修改為 TH-67 的參考。而後將進行收集 TH-67 的基本資料，由於相關於 TH-67 直昇機資料收集不易，所得資料有限，故主要對於性能影響較大的葉片與重量作為修改的第一步。首先針對 TH-67 的外型參數予以修改更改，其中將其原本 Lynx-170 的葉片數由原本的四個改為 TH-67 的兩個葉片，其次更改直昇機本身的重量與翼展長度，視其結果的好壞最後再修改及其他相關參數。其次，除改變以上 TH-67 的外型特性外並對其慣性矩作改變，以期模擬能更接近實際之飛行狀況。

圖十二 代表 TH-67 的試飛曲線與本模擬程式比較，小虛線代表爬升率的值，將其原本四個葉片改為使用雙葉片並調整其重量參數後的飛行測試結果，圖中可看出修改過後其最大爬升速度可達為 26 m/s 左右，且在約五百公尺左右即可到達此爬升速度，自此之後，隨著高度的增加其升力會漸漸減小而導致爬升的速度也會漸漸的減少，而且隨著高度越來越高其爬升率減少的趨勢會越來越明顯。在高度約達八千一百公尺公尺左右，直昇機的爬升率已接近為零，而直昇機不再向上爬升，此時已經達到飛行高度的極限，而只能維持此高度繼續飛行，與實際的飛行測試比較我們測試的結果中，我們發現在最大爬升率上有明顯的差別，實際飛行時的爬升率只有 6m/s，而模擬直昇機卻高達 25m/s，除此之外，模擬直昇機的最大爬升率並沒有在 2700 公尺處有明顯減慢的趨勢，而是到達 1000 公尺就以一定的速率減慢，減慢的速率隨高度的增加而增加，與實際飛行值呈等速率的減少不同，另外模擬器的飛行高度極限也比實際值高出 2100 公尺左右，而達到 8100 公尺左右。其中造成誤差的原因乃是升力產生過大，因為爬升率與直昇機重量和升力有關，而模擬軟體程式本身升力的計算所採用的是 Lynx 直昇機的四

個葉片拍撲方程式拍撲所寫成，雖然將其葉片數改為兩個，但實際上所得仍為四個葉片所提供的升力條件，所以升力就會比較大，而爬升率相對的也會增加。因此，除非將其飛行軟體的葉片拍撲方程式由四個修改為兩個，而重新獲得較準確的升力條件，應可使模擬軟體的最大爬升率值更接近於實際飛行測試值。另外，主懸翼翼展長度雖改為 TH-67 的長度，但由於無法獲得其精確的幾何外型與實際的升力係數，所以在升力的模擬上就有瑕疵，無法達到精確的模擬。此外，引擎的轉速也與升力相關，若能將轉速值修改到較合理的轉速，升力值也會有所變化，應該可以更準確。

圖十二的大虛線所示為除了先前修改的參數外並加上修改慣性矩後所得的測試圖，圖中可見慣性矩修改後與修改前相差不大，最大的爬升速度仍達到 (26m/s)，極限的飛行高度也約為八千一百公尺左右，最主要原因是慣性矩的修改主要是相關於 L，M，N 三個的力矩，對於爬升率的影響並不大。如果可以獲得實際飛行時的相關力矩圖，再藉由修改慣性矩參數來達到比較的目的，將有助於模擬飛行的更進一步的研究，以有效節省飛行員的訓練成本。

## 第五章 結論

本文已針對直昇機獨特有運動方式與不同於固定翼飛機的氣動力環境建立一套整合飛行模擬軟體，其中包含運動方程式的建立、主旋翼葉片運動方程及主旋翼之受力、誘導流速及相關理論的應用、地面效應的考量、尾旋翼運動方程及其受力、機身之受力、尾桁之受力、並考慮引擎與主旋翼及尾旋翼扭力之輸出功率、與自懸狀態的模擬，並可予以飛行員輸入做即時的模擬。

本文已利用 Lynx 直昇機為模擬時設計的雛形，並進行飛行測試與實際飛行狀況做比較，在得到操控性上確立後，將其修改相關的參數修改為 TH-67 直昇機的特性，以期達到真實模擬的準確性，與實際飛行測試比較中，吾人得到下列幾項結論。

- 一.在模擬 Lynx 此款直昇機時，在 *cyclic control input* 其所得的結果與實際飛行測試的結果相符合，但在 *collective control input* 上則會有多出  $7^\circ$ ，主要是由於本身的穩定增益器與實際直昇機設計上的不同所造成。
- 二.在修改為相關 TH-67 的葉片數目與翼展長度的參數後所得的最大爬升率及飛行高度極限上有甚大的差異，主要是由於採用的葉片拍撲方程式不同，導致所產生的升力較大，故模擬結果不管在爬升率與飛行高度的極限上都較實際值大，進而影響到模擬直昇機表現出來的性能。
- 三.修改相關的慣性矩後其爬升率未見明顯的改變，證明本模擬飛行所建立的程式的無誤，因為慣性矩的修改只與力矩產生變化有關。

對於再進一步的研究而言，吾人建議以下各點：

- 一.重新修改穩定增益器的設計，使其能與實際直昇機相符，則模擬可更接近真實的飛行狀態。
- 二.收集更精確的直昇機參數值，包含相關的翼面積，升力係數等外型參數，以利 TH-67 此款直昇機的模擬。
- 三.將葉片的拍撲方程式改為雙葉片拍撲方程式，並調整升力值，使其接近於真實值，則最大爬升率與飛行極限應可更接近實際值。



## 參 考 文 獻

- [1] Padfield, Gareth D., *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*, AIAA Education series, 1996.
- [2] Bramwell, A. R. S., *Helicopter Dynamics*, Edward Arnold, 1976.
- [3] Wang, Y.-R., and Peters, D.A., "The Lifting Rotor Inflow Mode Shapes and Blade Flapping Vibration System Eigen-Analysis," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 134, pp.91-105, 1996.
- [4] Wang, Y.-R., "The Frequency Response on Lift of Helicopter Rotor Blade Flapping with Three-Dimensional Wake Effect in Forward Flight," *Transactions of the Aeronautical and Astronautical Society of the Republic of China*, Vol. 26, No.4, pp. 299-309, 1994.
- [5] Su, A., and Wang, Y.-R., "The Effect of Wake Dynamics on Rotor Elastic Flap-Lag Damping in Hover and Forward Flight," presented at the 2nd Pacific International Conference on Aerospace Science and Technology, Melbourne Australia, March, 20-23, 1995.
- [6] Wang, Y.-R. , and Yang, W.-C., "Frequency Response of The Wake Oscillation on An Elastic Bladed Flapping Rotor," *Journal of The Chinese Society of Mechanical Engineers* Vol. 20, No.4, pp. 399-408, 1999.
- [7] de Andrade, D., and Peters, D. A., "Correlation of Experimental Flap-Lag-Torsion Damping - A Case Study," *Mathematical and Computer Modeling - Rotorcraft Modeling*, Part II, Pergamon, pp. 135~158, 1994.
- [8] Hodges, D. H., Crespo da Silva, M. R. M., and Peters, D. A., "Nonlinear Effects in the Static and Dynamic Behavior of Beams and Rotor Blades ," *Vertica*, Vol. 12, pp.243-256, 1988.

- [9] Gray, R. B., "On the Motion of Helical Vortex Shed from a Single-Bladed Hovering Helicopter Rotor and Its Application to the Calculation of the Spanwise Aerodynamic Loading," Princeton University, Aeronautical Engineering Report No. 313, Sept. 1955.
- [10] Landgrebe, A. J., "An Analytical and Experimental Investigation of Helicopter Rotor Performance and Wake Geometry Characteristics," USAAMRDL Technical Report 71-24, Eustis Directorate, U.S. Army Air Mobility Research and Development Laboratory, Ft. Eustis, Virginia, June 1971.
- [11] Summa, J.M., and Clark, D.R., A Lifting Surface Method for Hover and Climb Airloads, Paper presented at Annual National Forum of the American Helicopter Society, May 1979.
- [12] Bridgeman, J.O., Strawn, R.C., and Caradonna, F.X., An Entropy and Viscosity Corrected Potential Method for Rotor Performance Prediction, Paper presented at the 44th Annual National Forum of the American Helicopter Society, 1988.
- [13] Gessow, A., and Myers, Jr., G. C., *Aerodynamics of The Helicopter*, College Park Press, 1985.
- [14] Johnson, W., *Helicopter Theory*, Princeton University Press, 1980.
- [15] Peters, D. A., Boyd, D. D., and He, C. J., "Finite State Induced Flow Model for Rotors in Hover and Forward Flight," Journal of the American Helicopter Society, Vol. 34, No.4, October, 1989.
- [16] Peters, D. A., and He, C. J., "Comparison of Measured Induced Velocities with Results From a Closed Form Finite State Wake Model in Forward Flight, " the 45th Annual National Forum of the American Helicopter Society, Boston, Massachusetts, May 22-24, 1989.
- [17] Benton H. L, Alexander W.L, Costantinos P.S, and Nicholas Griffiths  
 "Correlation of the Lynx-xz170 Flight-Test Results Up To and Beyond The Stall Boundary," the 49th Annual Forum of the American Helicopter Society, St.

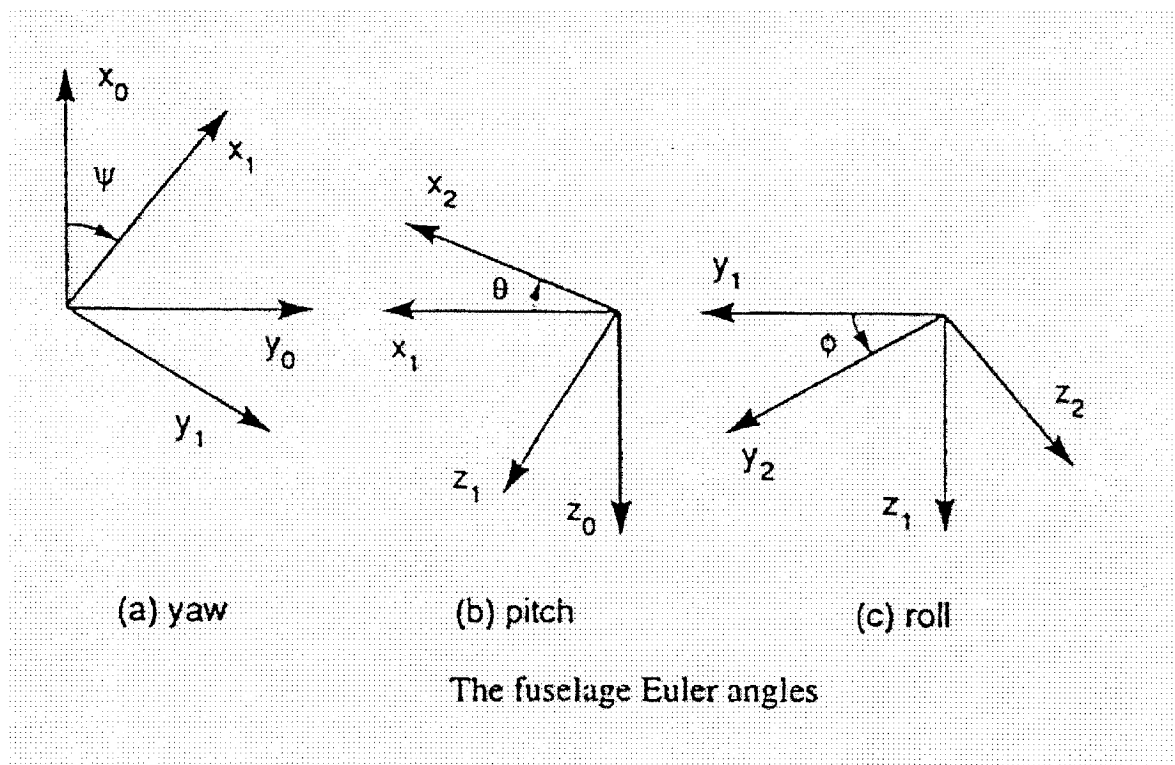
Louis, Missouri, May 19-21, 1993.

[18]Simon Newman, *The Foundations of Helicopter Flight*, Halsted Press, 1994.

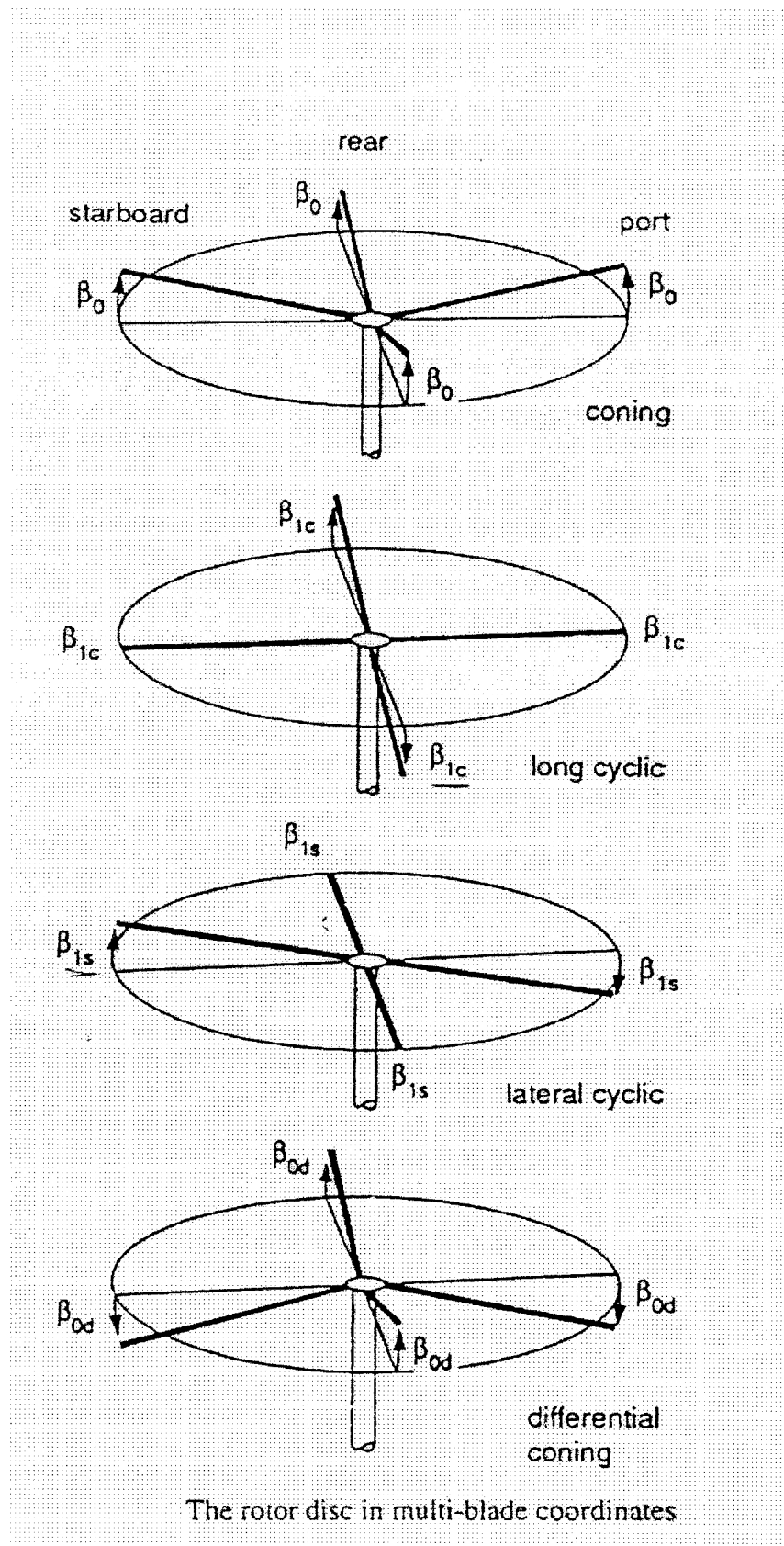
# Bell 206B (TH-67) Data

規格	英制	公制
巡航速度	115 kts 132 mph	213 kmh
最大航程	435 nm 500 m	805 km
實用昇限	20,000 ft	6,096 m
平懸昇限	19,600 ft	5,974 m
載油量	91 U.S. gal	344 l
空重	1,640 lb	744 kg
最大起飛重	3,200 lb	1,451 kg
外部附加載重	3,350 lb	1,519 kg
鈎重上限	1,500 lb	680 kg
長度	31.2 ft	9.85 m
旋翼展	33.3 ft	10.15 m
高度	11.7 ft	3.57 m
座位數	Up to 5	
實用載重	1,498 lb	679 kg

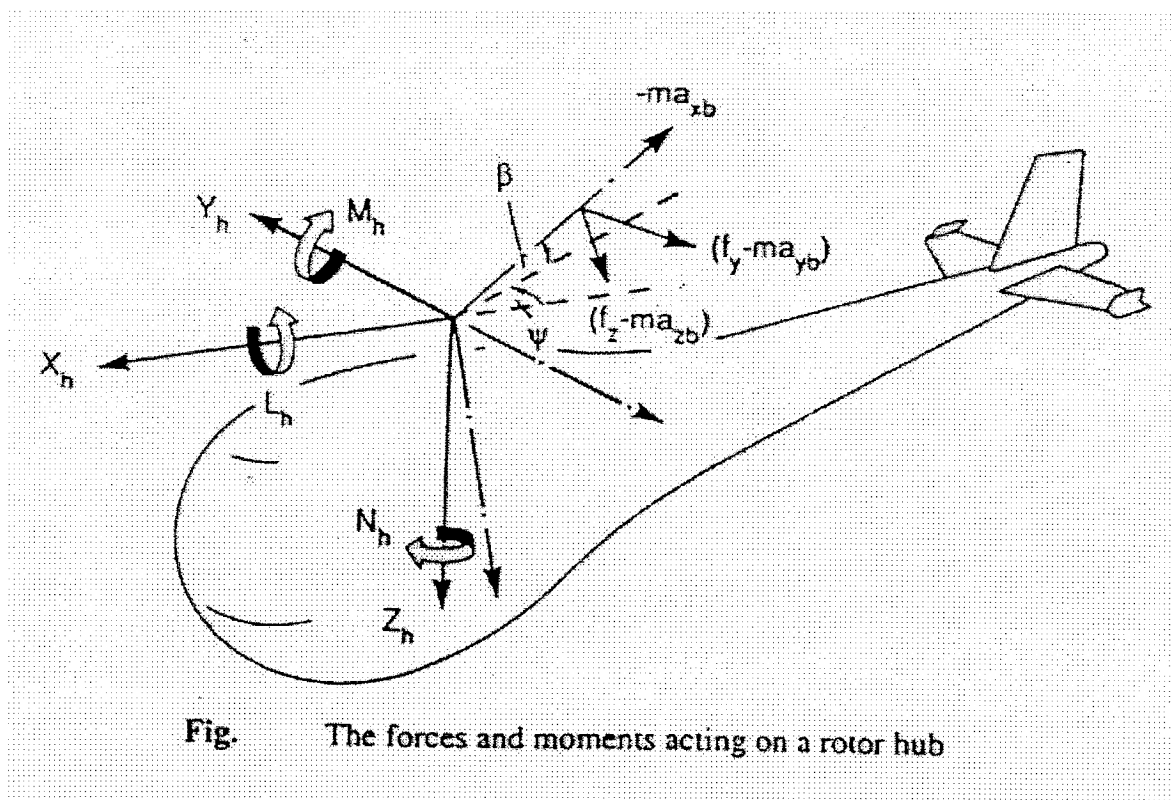
表一 . Th-67 基本資料



圖一、機身的 Euler angles



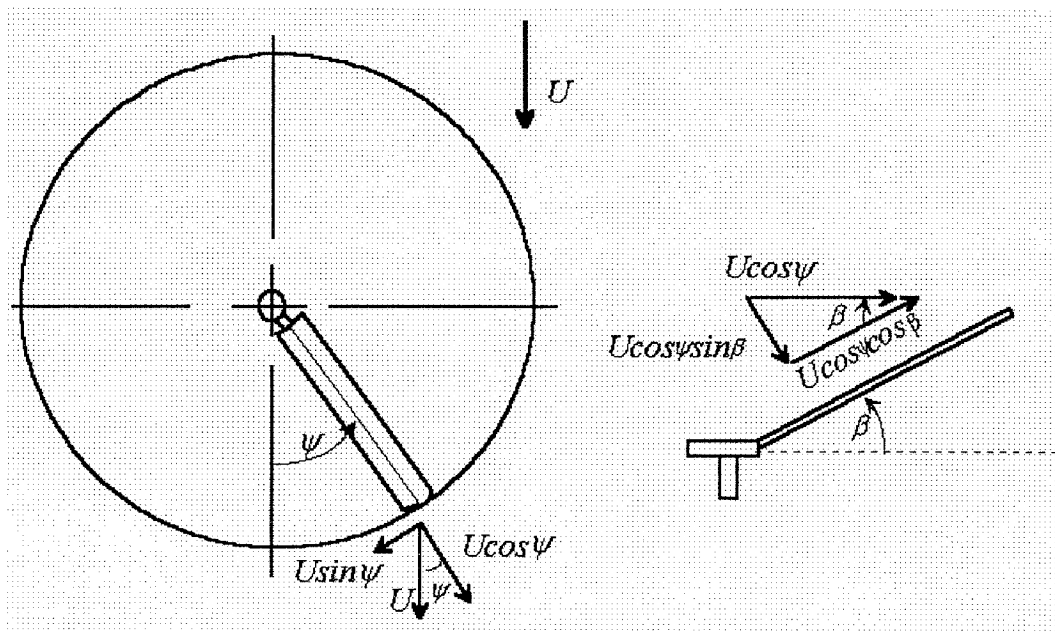
圖二、MBC 的定義及各葉片拍撲角的定義



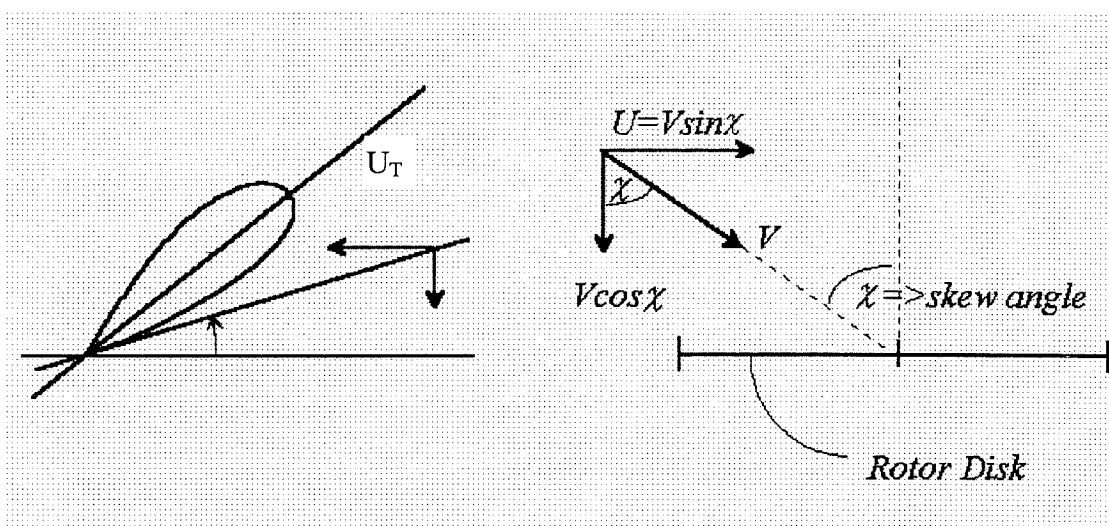
圖三、各個受力的座標之定義



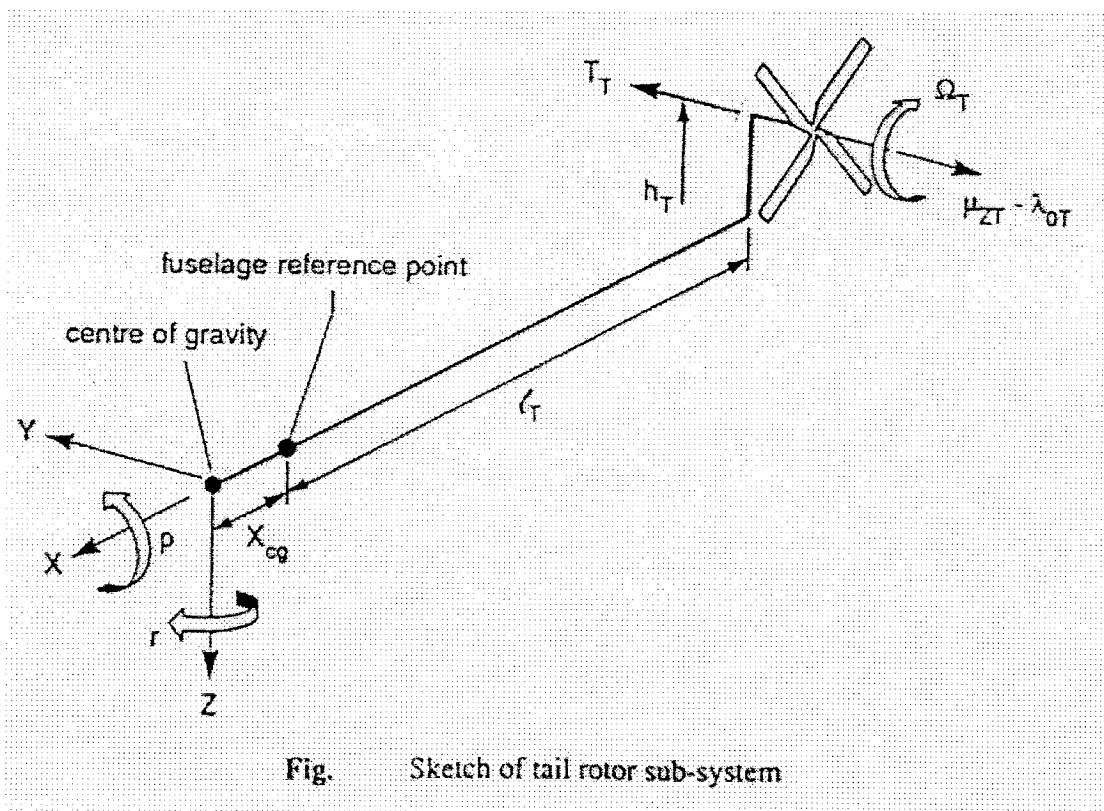




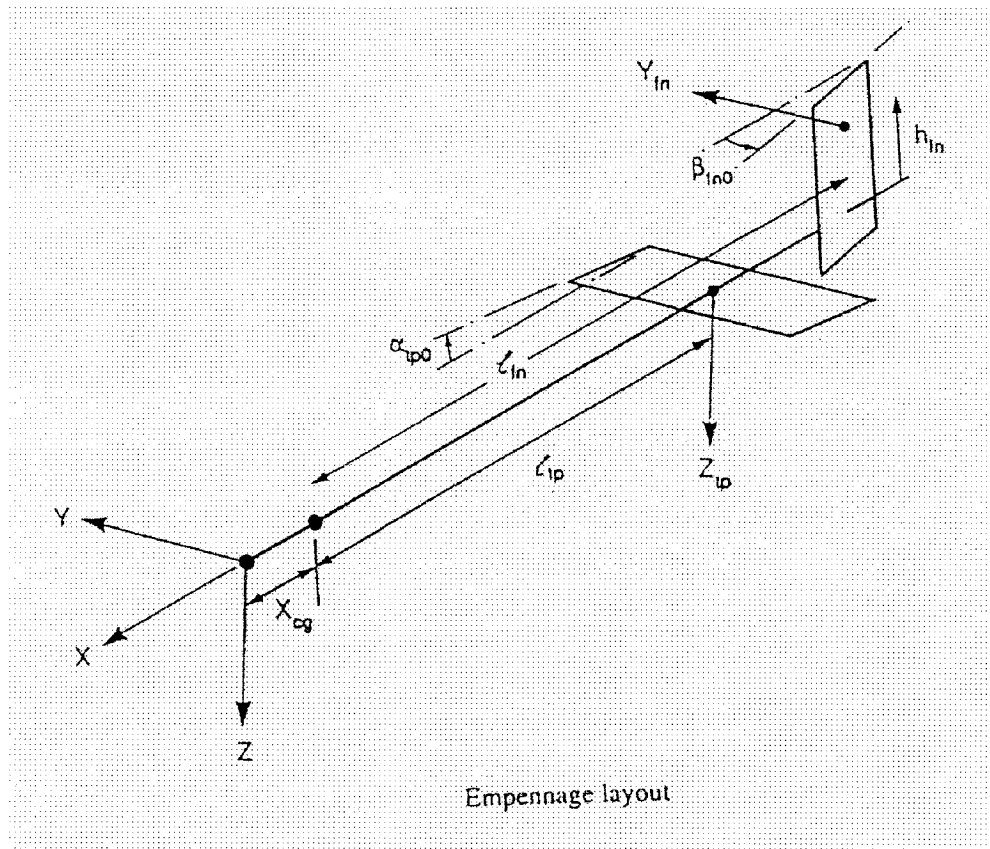
圖六、前飛時葉片元素示意圖



圖七、前飛時葉片剖面示意圖



圖八、尾旋翼相關定義



圖九、尾桁相關座標定義

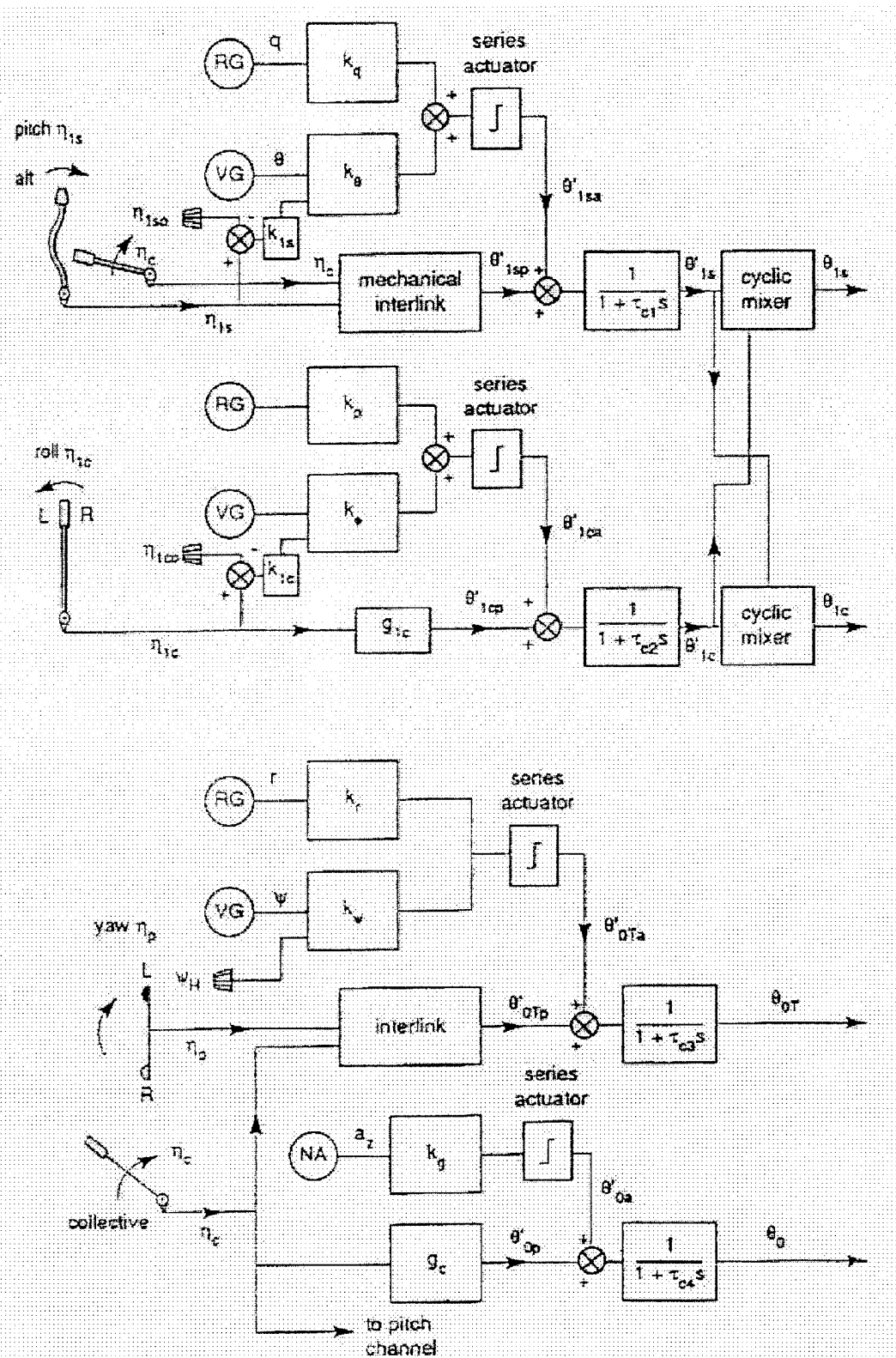
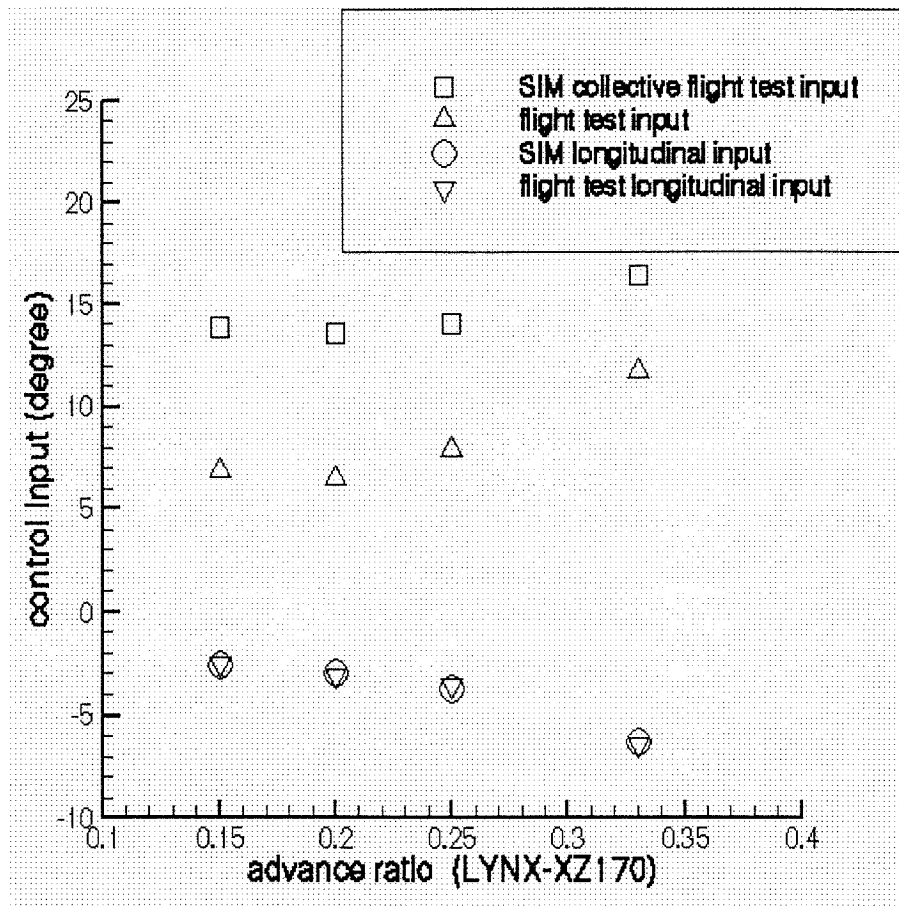
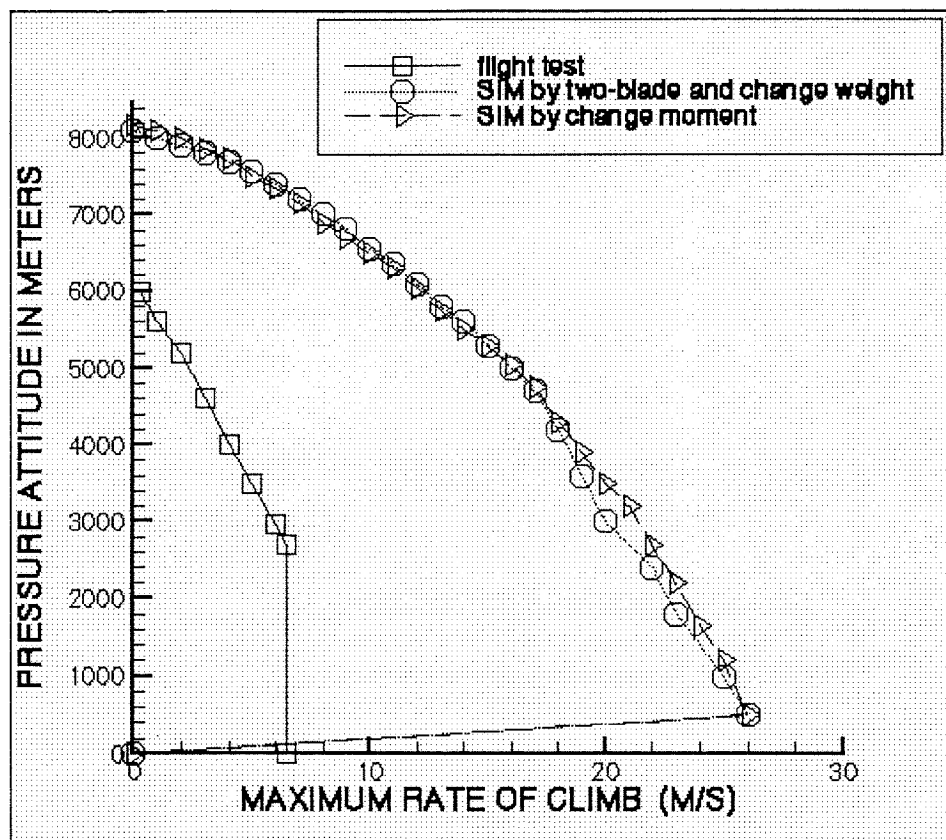


Fig. 3.36 Schematic of helicopter flight control system

圖十、直昇機飛行操控系統



圖十一. 模擬飛行與實際飛行測試結果



圖十二. 最大爬升率測試圖 (TH-67)